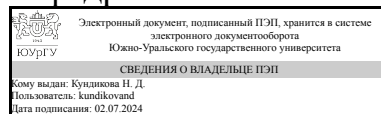


ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ:
Заведующий выпускающей
кафедрой



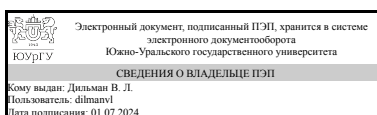
Н. Д. Кундикова

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

дисциплины 1.Ф.ПО.12 Функциональный анализ
для направления 03.03.01 Прикладные математика и физика
уровень Бакалавриат
профиль подготовки Прикладные математика и физика
форма обучения очная
кафедра-разработчик Математический анализ и методика преподавания математики

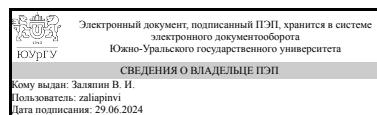
Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 03.03.01 Прикладные математика и физика, утверждённым приказом Минобрнауки от 07.08.2020 № 890

Зав.кафедрой разработчика,
д.физ.-мат.н., доц.



В. Л. Дильман

Разработчик программы,
к.физ.-мат.н., доц., профессор



В. И. Заляпин

1. Цели и задачи дисциплины

Сформировать у слушателя понимание обобщенного подхода к основным понятиям и методам элементарных глав математического анализа и смежных областей алгебры и геометрии. С единой точки зрения изучить различные проблемы из специальных аналитических дисциплин (анализа, алгебры, дифференциальных уравнений, вариационного исчисления и т.п.) и установить связи между далекими на первый взгляд математическими теориями и тем самым способствовать более глубокому пониманию основных математических конструкций.

Краткое содержание дисциплины

Метрические пространства; открытые и замкнутые множества; компактные множества в метрических пространствах; полнота и пополнение; теорема о стягивающих шарах; принцип сжимающих отображений; топологические пространства; примеры. Множества, алгебра множеств; построение меры Лебега на прямой; общее понятие аддитивной меры; лебеговское продолжение меры; измеримые функции их свойства; определение интеграла Лебега; класс суммируемых функций; предельный переход под знаком интеграла; связь интеграла Лебега с интегралом Римана; интеграл Стильтьеса; теорема Радона – Никодима; прямое произведение мер и теорема Фубини; пространства L_1 , L_p ($p > 1$); неравенства Гельдера и Минковского. Определение линейного нормированного пространства; примеры норм; банаховы пространства; сопряженное пространство, его полнота; теорема Хана – Банаха о продолжении линейного функционала; общий вид линейных функционалов в некоторых банаховых пространствах; линейные операторы; норма оператора; сопряженный оператор; принцип равномерной ограниченности; обратный оператор; спектр и резольвента; теорема Банаха об обратном операторе; компактные операторы; компактность интегральных операторов; понятие об индексе; теорема Фредгольма; примеры использования теоремы Фредгольма (задача Штурма – Лиувилля, теория потенциала, индекс дифференциального оператора). Скалярное произведение; неравенство Коши – Буняковского – Шварца; ортогональные системы; неравенство Бесселя; базисы и гильбертова размерность; теорема об изоморфизме, ортогональное дополнение; общий вид линейного функционала; самосопряженные (эрмитовы) и унитарные операторы; ортопроекторы; спектр эрмитова и унитарного оператора; теорема Гильберта о компактных эрмитовых операторах; функциональное исчисление; приведение оператора к виду умножения на функцию; спектральная теорема; неограниченные самосопряженные операторы; примеры

2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Планируемые результаты освоения ОП ВО (компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	Знает: основные концепции функционального анализа: пространство, метрика, норма, топология, скалярное произведение, обобщенная функция, оператор, функционал и т.п.; знать, как представляются конкретные физические процессы и явления в терминах

	функционального анализа. Умеет: анализировать линейные отображения; вычислять интегралы Лебега; находить экстремумы функционалов; использовать аппарат функционального анализа для анализа электродинамических явлений и процессов и процессов квантовой механики. Имеет практический опыт: использования понятия обобщенной функции (в частности - дельта - функции Дирака) для анализа физических процессов и явлений; спектрального анализа при исследовании операторов квантовой механики.
--	---

3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Перечень предшествующих дисциплин, видов работ учебного плана	Перечень последующих дисциплин, видов работ
Дополнительные главы высшей математики, Теория групп, Введение в специальность, Физика поверхности	Физика конденсированного состояния, Теория волн

Требования к «входным» знаниям, умениям, навыкам студента, необходимым при освоении данной дисциплины и приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин:

Дисциплина	Требования
Физика поверхности	Знает: основные свойства поверхностей и физических явлений на них; методы изучения поверхностей; атомную и электронную структуру; адсорбцию. Умеет: применять полученные знания по физике поверхностей для анализа систем, процессов и методов. Имеет практический опыт: анализа систем и поверхностей; анализа атомной и электронной структуры.
Дополнительные главы высшей математики	Знает: функцию от матрицы и способах её вычисления; применение функций от матриц в теории дифференциальных уравнений; примеры компактных и некомпактных операторов; элементы теории Рисса-Шаудера и ее применение в теории интегральных уравнений. Умеет: находить функции от матриц и применять их при решении систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами; решать спектральные задачи для интегрального оператора с вырожденным ядром. Имеет практический опыт: нахождения собственных значений и собственных функций для некоторых компактных интегральных операторов.
Введение в специальность	Знает: дифракционную теорию оптических инструментов; теорию люминесценции;

	устройство лазеров на красителях; принципы работы оптических приборов; области и границы применения различных методов исследования и их возможные погрешности. Умеет: критически оценивать применимость различных методик и методов при проведении исследований, используя для этого теоретические знания. Имеет практический опыт:
Теория групп	Знает: определение линейного представления группы, эквивалентных представлений; определение унитарных представлений; теорему об эквивалентности линейного представления конечной группы унитарному представлению; определение инвариантного подпространства представления, приводимого и неприводимого представления. Умеет: находить стандартное представление группы S_n и ее подгрупп; находить регулярное представление групп малых порядков; находить группу характеров циклических групп; находить группу характеров конечных абелевых групп; находить число неприводимых представлений конечных групп малых порядков и степени этих представлений. Имеет практический опыт: нахождения неприводимых представлений и характеров для групп малых порядков.

4. Объём и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 з.е., 72 ч., 52,25 ч. контактной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах
		Номер семестра
		6
Общая трудоёмкость дисциплины	72	72
<i>Аудиторные занятия:</i>	48	48
Лекции (Л)	32	32
Практические занятия, семинары и (или) другие виды аудиторных занятий (ПЗ)	16	16
Лабораторные работы (ЛР)	0	0
<i>Самостоятельная работа (СРС)</i>	19,75	19,75
Выполнение текущих заданий. Подготовка к зачету	10	10
Работа с учебником	9,75	9.75
Консультации и промежуточная аттестация	4,25	4,25
Вид контроля (зачет, диф.зачет, экзамен)	-	зачет

5. Содержание дисциплины

№	Наименование разделов дисциплины	Объем аудиторных занятий по видам в часах
---	----------------------------------	---

раздела		Всего	Л	ПЗ	ЛР
1	Множества	4	2	2	0
2	Пространства и структуры	22	14	8	0
3	Операторы и функционалы	12	8	4	0
4	Операторы в гильбертовых пространствах	4	2	2	0
5	Введение в спектральную теорию	6	6	0	0

5.1. Лекции

№ лекции	№ раздела	Наименование или краткое содержание лекционного занятия	Кол-во часов
1	1	Элементы теории множеств. Взаимно однозначное соответствие. Мощность. Счетные и континуальные множества. Символика. Кванторы. Пространства. Функциональные пространства.	2
2-3	2	Структуры. Метрические пространства. Расстояния. Окрестности. Открытые и замкнутые множества. Сходимость. Компактность. Критерии компактности. Полнота. Сепарабельность. Пополнение метрических пространств. Примеры. Принцип сжимающих отображений.	4
4-5	2	Линейные векторные пространства. Линейная зависимость. Размерность. Понятие о базисе. Базис в конечномерных и бесконечномерных пространствах. Базис Гамеля. Базис Шаудера. Линейные нормированные пространства. Неравенства Гельдера и Минковского. Банаховы пространства. Примеры.	4
6-7	2	Скалярное произведение в линейных пространствах. Неравенство Коши-Буняковского-Шварца. Евклидовы, унитарные и гильбертовы пространства. Примеры. Ортонормированные базисы в гильбертовых пространствах. Существование ортонормированного базиса в сепарабельном гильбертовом пространстве. Процедура ортогонализации. Ряды Фурье. Неравенство Бесселя. Полнота и замкнутость ортогональных систем. Равенство Парсеваля.	4
8	2	Базис Шаудера в сепарабельных гильбертовых пространствах. Наилучшие приближения в гильбертовых пространствах.	2
9-10	3	Линейные операторы. Непрерывность и ограниченность. Норма линейного оператора. Пространство линейных операторов. Точечная и равномерная сходимость последовательности линейных операторов. Теорема Банаха-Штейнгауза.	4
11-12	3	Обратные операторы. Условия обратимости и непрерывной обратимости линейного оператора. Теорема Банаха об обратном операторе. Линейные функционалы. Теорема Хана-Банаха.	4
13	4	Общий вид линейных непрерывных функционалов в некоторых конкретных нормированных пространствах. Сопряженные пространства и сопряженные операторы. Ограниченность сопряженного оператора.	2
14-16	5	Введение в спектральную теорию. Конечномерные операторы. Вполне непрерывные операторы. Спектр и резольвента. Введение в спектральную теорию. Самосопряженные операторы. Спектральные свойства самосопряженных операторов. Спектральная теорема и её следствия.	6

5.2. Практические занятия, семинары

№ занятия	№ раздела	Наименование или краткое содержание практического занятия, семинара	Кол-во часов
1	1	Элементы теории множеств. Мощность числовых множеств.	2

2-3	2	Метрика. Свойства метрики. Примеры метрик. Полнота метрического пространства. Теорема о пополнении. Сепарабельность. Теорема Вейерштрасса	4
4-5	2	Линейные пространства. Базисы. Банаховы пространства. Пространство непрерывных функций на отрезке. Теорема Вейерштрасса.	4
6-7	3	Ортогонализация. Ряды Фурье в гильбертовых пространствах. Скалярное произведение. Свойства. Примеры.	4
8	4	Ряды Фурье в гильбертовых пространствах. Наилучшие приближения в гильбертовых пространствах.	2

5.3. Лабораторные работы

Не предусмотрены

5.4. Самостоятельная работа студента

Выполнение СРС			
Подвид СРС	Список литературы (с указанием разделов, глав, страниц) / ссылка на ресурс	Семестр	Кол-во часов
Выполнение текущих заданий. Подготовка к зачету	ПУМД, осн. лит 2, гл.2, (с.77-82), гл.8 (с.406-489), ЭУМД, осн.лит.1, с.63-95, ЭУМД, осн. лит 2, гл.2, (с.78-91), гл.4 (с.191-205), ЭУМД, доп. лит.,3,гл.1,с. 9-68,ПУМД, осн. лит 4, гл. 4, (с.206-234), ПУМД, осн. лит 5, гл.3 (с.114-169),гл.6 (с.245-288) ПУМД, доп.. лит 3.,гл.1, с. 9-45, гл.2, с.46-64, гл.5 с.102-113, ЭУМД,, доп.. лит 4.,гл.1, с. 9-45, гл.2, с.46-64, гл.5 с.102-113	6	10
Работа с учебником	ПУМД, осн. лит 4, гл.2 (с. 44-68), гл. 3 (с.114-120, 131-134), ПУМД, осн. лит 2, гл.1,2 (с.11-76), ЭУМД, осн. лит. 1, с.16-48, ЭУМД, осн. лит 2, гл.2 (с. 44-68), гл. 3 (с.114-120, 131-134), ЭУМД, доп. лит.,3,гл.1,с. 9-68, ПУМД, осн. лит 4, гл.2, (с.78-91), гл.4 (с. 191-205), ПУМД, осн. лит 2, гл.2, (с.77-82), гл.8 (с.406-489),ЭУМД, осн.лит.1, с.63-95, ЭУМД, осн. лит 2, гл.2, (с.78-91), гл.4 (с. 191-205), ЭУМД, доп. лит.,3,гл.1,с. 9-68,ПУМД, осн. лит 4, гл. 4, (с.206-234), ПУМД, осн. лит 5, гл.3 (с.114-169),гл.6 (с.245-288), ПУМД, осн. лит 2, гл. 7 (с.305-390), ЭУМД, осн.лит.1, с.98-127, ЭУМД, осн. лит 2, гл.2, (с.78-91), гл. 4, (с.206-234),	6	9,75

6. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации

Контроль качества освоения образовательной программы осуществляется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе оценивания результатов учебной деятельности обучающихся.

6.1. Контрольные мероприятия (КМ)

№ КМ	Се-местр	Вид контроля	Название контрольного мероприятия	Вес	Макс. балл	Порядок начисления баллов	Учитывается в ПА
1	6	Текущий контроль	Множества	2	10	Задание содержит 10 задач. Задача решена верно - 1 балл, задача не решена или решена неверно - 0 баллов.	зачет
2	6	Текущий контроль	Пространства и структуры	3	30	Задание состоит из трех частей, каждая из которых содержит 10 задач. Задача решена верно - 1 балл, задача не решена или решена неверно - 0 баллов.	зачет
3	6	Текущий контроль	Операторы и функционалы	2	10	Задание содержит 10 задач. Задача решена верно - 1 балл, задача не решена или решена неверно - 0 баллов.	зачет
4	6	Текущий контроль	Операторы в гильбертовых пространствах	3	10	Задание содержит 10 задач. Задача решена верно - 1 балл, задача не решена или решена неверно - 0 баллов.	зачет
6	6	Промежуточная аттестация	Все разделы	-	50	Студент должен решить 5 задач по своему выбору. Задача не решена - 0 баллов; наличествует идея решения задачи, но она технически не реализована - 3 балла; идея решения задачи верна, но реализована с ошибками - 6 баллов; задача решена (м.б. и с незначительными погрешностями технического характера) - 10 баллов.	зачет

6.2. Процедура проведения, критерии оценивания

Вид промежуточной аттестации	Процедура проведения	Критерии оценивания
зачет	Зачетная процедура представляет собой письменную контрольную работу, на выполнение которой студенту отводится 2 ак. часа. Оценка "зачтено" выставляется студенту, рейтинг которого не менее 60%. В противном случае выставляется оценка "незачтено". Предусмотрена возможность выставления зачета без прохождения зачетной процедуры.	В соответствии с пп. 2.5, 2.6 Положения

6.3. Паспорт фонда оценочных средств

Компетенции	Результаты обучения	№ КМ				
		1	2	3	4	6
УК-2	Знает: основные концепции функционального анализа: пространство, метрика, норма, топология, скалярное произведение, обобщенная функция, оператор, функционал и т.п.; знать, как представляются конкретные физические процессы и явления в терминах функционального анализа.	+	+	+	+	+
УК-2	Умеет: анализировать линейные отображения; вычислять интегралы Лебега; находить экстремумы функционалов; использовать аппарат функционального анализа для анализа электродинамических явлений и процессов и процессов квантовой механики.	+	+	+	+	+

	литературы	ресурса в электронной форме	
1	Основная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Люстерник, Л.А. Краткий курс функционального анализа. [Электронный ресурс] / Л.А. Люстерник, В.И. Соболев. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2009. — 272 с. http://e.lanbook.com/book/2110
2	Основная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа. [Электронный ресурс] / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2009. — 572 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/book/2206
3	Дополнительная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Треногин, В.А. Функциональный анализ. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2007. — 488 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/book/59471
4	Дополнительная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Треногин, В.А. Задачи и упражнения по функциональному анализу. [Электронный ресурс] / В.А. Треногин, Б.М. Писаревский, Т.С. Соболева. — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2005. — 240 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/book/2342

Перечень используемого программного обеспечения:

Нет

Перечень используемых профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

Нет

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Вид занятий	№ ауд.	Основное оборудование, стенды, макеты, компьютерная техника, предустановленное программное обеспечение, используемое для различных видов занятий
Лекции	506 (16)	Компьютер с медиапроектором