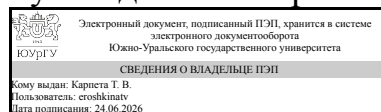


ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ:
Руководитель направления



Т. В. Карпета

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

дисциплины 1.О.04 Математика для искусственного интеллекта
для направления 02.04.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии

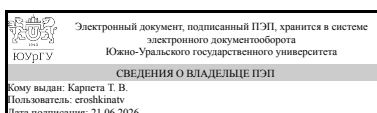
уровень Магистратура

форма обучения очная

кафедра-разработчик Прикладная математика и программирование

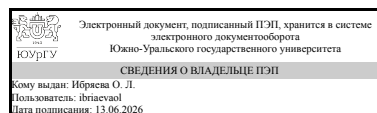
Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 02.04.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, утверждённым приказом Минобрнауки от 23.08.2017 № 811

Зав.кафедрой разработчика,
к.физ.-мат.н.



Т. В. Карпета

Разработчик программы,
д.техн.н., доцент



О. Л. Ибряева

1. Цели и задачи дисциплины

Целью дисциплины является формирование у магистрантов математического аппарата, необходимого для понимания, анализа и разработки современных методов искусственного интеллекта и машинного обучения. В рамках курса изучаются основные понятия линейной алгебры, многомерного анализа, теории оптимизации, теории вероятностей и математической статистики, лежащие в основе алгоритмов анализа данных, глубокого обучения и обработки графовых структур. Особое внимание уделяется интерпретации математических моделей, анализу их свойств, устойчивости вычислений и связи теоретических результатов с практическими задачами искусственного интеллекта.

Краткое содержание дисциплины

Дисциплина охватывает математические основы искусственного интеллекта, включая линейную алгебру и матричный анализ данных, спектральные методы и анализ графов, многомерное дифференциальное исчисление и методы оптимизации, теорию вероятностей, математическую статистику и информационные меры. Рассматриваются собственные значения и сингулярное разложение матриц, метод главных компонент, градиентные и ньютоновские методы оптимизации, вероятностные распределения, метод максимального правдоподобия, энтропия, дивергенция Кульбака–Лейблера и расстояние Вассерштейна.

2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Планируемые результаты освоения ОП ВО (компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-3 Способен проводить анализ математических моделей, создавать инновационные методы решения прикладных задач профессиональной деятельности в области информатики и математического моделирования	Знает: основные разделы теории графов и функционального анализа, используемые для формализации данных и моделей ИИ Умеет: строить и анализировать дискретные и непрерывные математические модели задач ИИ, соотносить их со структурой данных Имеет практический опыт: применения методов теории графов и функционального анализа для представления нестандартных структур данных и построения абстрактных моделей знаний

3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Перечень предшествующих дисциплин, видов работ учебного плана	Перечень последующих дисциплин, видов работ
Нет	1.О.07 Основы глубокого обучения, 1.О.06 Методы и технологии машинного обучения

Требования к «входным» знаниям, умениям, навыкам студента, необходимым при освоении данной дисциплины и приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин:

Нет

4. Объём и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 з.е., 144 ч., 74,5 ч. контактной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам
		в часах
		Номер семестра
		1
Общая трудоёмкость дисциплины	144	144
<i>Аудиторные занятия:</i>	64	64
Лекции (Л)	32	32
Практические занятия, семинары и (или) другие виды аудиторных занятий (ПЗ)	32	32
Лабораторные работы (ЛР)	0	0
<i>Самостоятельная работа (СРС)</i>	69,5	69,5
Изучение материала в приложенном методическом пособии	39,5	39,5
Подготовка к экзамену	30	30
Консультации и промежуточная аттестация	10,5	10,5
Вид контроля (зачет, диф.зачет, экзамен)	-	экзамен

5. Содержание дисциплины

№ раздела	Наименование разделов дисциплины	Объем аудиторных занятий по видам в часах			
		Всего	Л	ПЗ	ЛР
1	Линейная алгебра и матричный анализ данных	22	10	12	0
2	Многомерный анализ и основы оптимизации	20	10	10	0
3	Теория вероятностей и элементы математической статистики	22	12	10	0

5.1. Лекции

№ лекции	№ раздела	Наименование или краткое содержание лекционного занятия	Кол-во часов
1	1	Нормированные пространства, метрики и элементы функционального анализа	2
2	1	Матричные вычисления и устойчивость	2
3	1	Ранг матрицы и мультиколлинеарность признаков	2
4	1	Собственные векторы, смена базиса и сингулярное разложение	2
5	1	Матричные методы анализа графов и спектральное вложение	2
6	2	Нелинейные функции и отображения в машинном обучении	2
7	2	Дифференциальное исчисление функций многих переменных	2
8	2	Методы оптимизации первого порядка	2

9	2	Методы оптимизации второго порядка	2
10	2	Условный экстремум и оптимизация с ограничениями	2
11	3	Вероятностное пространство и случайные величины	2
12	3	Числовые характеристики случайных величин	2
13-14	3	Вероятностные распределения в анализе данных и машинном обучении	4
15	3	Элементы теории оценивания и метод максимального правдоподобия	2
16	3	Энтропия и KL-дивергенция	2

5.2. Практические занятия, семинары

№ занятия	№ раздела	Наименование или краткое содержание практического занятия, семинара	Кол-во часов
1	1	Векторы: нормы, скалярное произведение, косинусное сходство	2
2	1	Матрицы: умножение, определитель, обратная матрица, СЛАУ	2
3	1	Анализ устойчивости и мультиколлинеарности признаков	2
4	1	Собственные значения и векторы: переход к новому базису	2
5	1	Метод главных компонент: реализация и интерпретация	2
7	1	Спектральный анализ графов	2
6	2	Производные и функции активации нейронных сетей	2
8	2	Функции многих переменных: градиент, экстремум, градиентный спуск	2
9	2	Методы оптимизации: сравнительный анализ	2
10	2	Условный экстремум и метод множителей Лагранжа	2
11	2	Интеграция методов: подготовка к финальному проекту	2
12	3	Условная вероятность и формула Байеса	2
13	3	Оценка параметров дискретных распределений. Ковариация и корреляция	2
14	3	Непрерывные распределения и правило трех сигма.	2
15-16	3	Защита финальных проектов	4

5.3. Лабораторные работы

Не предусмотрены

5.4. Самостоятельная работа студента

Выполнение СРС			
Подвид СРС	Список литературы (с указанием разделов, глав, страниц) / ссылка на ресурс	Семестр	Кол-во часов
Изучение материала в приложенном методическом пособии	Линейная и логистическая регрессия	1	39,5
Подготовка к экзамену	Ильин В.А., Позняк Э.Г. «Линейная алгебра» (гл. 1–6 — нормы, СЛАУ, собственные значения и спектральный анализ); Аоки М. «Введение в методы оптимизации» (гл. 2–4 — градиентный спуск, матрица Гессе, множители Лагранжа и условия ККТ); Гмурман В.Е. «Теория вероятностей и математическая статистика» (гл. 1–7 — формула Байеса, распределения, ММП, ковариация и корреляция).	1	30

6. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации

Контроль качества освоения образовательной программы осуществляется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе оценивания результатов учебной деятельности обучающихся.

6.1. Контрольные мероприятия (КМ)

№ КМ	Се-местр	Вид контроля	Название контрольного мероприятия	Вес	Макс. балл	Порядок начисления баллов	Учитывается в ПА
1	1	Текущий контроль	Самостоятельная работа 1	1	5	Задачи 1 и 2 оцениваются по 2 балла каждая: 2 балла выставляются при верном построении векторов и корректном вычислении норм и скалярного произведения; 1 балл — при одной ошибке в векторизации или арифметике; 0 баллов — при неверном понимании задачи или отсутствии решения. Задача 3 оценивается в 1 балл: балл начисляется за верное вычисление косинуса и содержательное объяснение (например, «косинус учитывает направление, а не длину, поэтому тексты разной длины могут быть близки по смыслу»); 0,5 балла — за верный расчёт, но формальное объяснение; 0 баллов — за ошибку в формуле или отсутствие ответа. Итоговый балл — сумма за три задачи, максимум 5.	экзамен
2	1	Текущий контроль	Самостоятельная работа 2	1	5	Задачи 1 и 2 оцениваются по 2 балла каждая: 2 балла выставляются при верном вычислении определителя, обратной матрицы и числа обусловленности с корректным применением указанной нормы; 1 балл — при одной арифметической ошибке или неточности в вычислении нормы; 0 баллов — при неверной формуле обратной матрицы или отсутствии решения. Задача 3 оценивается в 1 балл: балл начисляется за содержательное объяснение связи обусловленности с устойчивостью модели; 0,5 балла — за формальное объяснение без привязки к задаче ИИ; 0 баллов — за ошибку в интерпретации или отсутствие ответа. Итоговый балл — сумма за три задачи, максимум 5.	экзамен
3	1	Текущий контроль	Самостоятельная работа 3	1	5	Задачи 1 и 2 оцениваются по 2 балла каждая: 2 балла выставляются при верном нахождении собственных значений, корректном вычислении хотя	экзамен

						бы одного собственного вектора для каждого и правильной записи матрицы перехода; 1 балл — при одной арифметической ошибке или неверном составлении вектора; 0 баллов — при неверной формуле характеристического многочлена или отсутствии решения. Задача 3 оценивается в 1 балл: балл начисляется за содержательное объяснение связи базиса с анализом данных; 0,5 балла — за формальное объяснение без привязки к ИИ/анализу; 0 баллов — за отсутствие ответа или неверную интерпретацию. Итоговый балл — сумма за три задачи, максимум 5.	
4	1	Текущий контроль	Самостоятельная работа 4	1	5	Задачи 1 и 2 оцениваются по 2 балла каждая: 2 балла выставляются при верном применении правил дифференцирования, корректном вычислении значения производной и доказательстве тождества; 1 балл — при одной ошибке в выкладках или арифметике; 0 баллов — при неверной формуле производной или отсутствии решения. Задача 3 оценивается в 1 балл: балл начисляется за содержательное объяснение связи свойств активации с обучением нейросетей; 0,5 балла — за формальное объяснение без привязки к оптимизации/обучению; 0 баллов — за отсутствие ответа или неверную интерпретацию. Итоговый балл — сумма за три задачи, максимум 5.	экзамен
5	1	Текущий контроль	Самостоятельная работа 5	1	5	Задачи 1 и 2 оцениваются по 2 балла каждая: 2 балла выставляются при верном нахождении градиента и гессиана (или выполнении шага GD с правильной подстановкой и вычислением новых координат); 1 балл — при одной арифметической ошибке или неточности в знаке; 0 баллов — при неверной формуле градиента/правила обновления или отсутствии решения. Задача 3 оценивается в 1 балл: балл начисляется за содержательное объяснение; 0,5 балла — за формальное объяснение без связи с оптимизацией; 0 баллов — за отсутствие ответа или неверную интерпретацию. Итоговый балл — сумма за три задачи, максимум 5.	экзамен
6	1	Текущий контроль	Самостоятельная работа 6	1	5	Задачи 1 и 2 оцениваются по 2 балла каждая: 2 балла выставляются при верной записи функции Лагранжа,	экзамен

						корректном составлении системы уравнений и правильном нахождении точки минимума; 1 балл — при одной арифметической ошибке; 0 баллов — при отсутствии функции Лагранжа или невозможности решить систему. Задача 3 оценивается в 1 балл: балл начисляется за содержательное объяснение; 0,5 балла — за формальное объяснение без привязки к оптимизации моделей; 0 баллов — за отсутствие ответа или неверную интерпретацию. Итоговый балл — сумма за три задачи, максимум 5.	
7	1	Текущий контроль	Самостоятельная работа 7	1	5	Задачи 1 и 2 оцениваются по 2 балла каждая: 2 балла выставляются при верном применении определения условной вероятности или формулы Байеса, корректной подстановке чисел и правильном вычислении результата; 1 балл — при одной арифметической ошибке или неточности в промежуточных выкладках; 0 баллов — при неверной формуле или отсутствии решения. Задача 3 оценивается в 1 балл: балл начисляется за содержательное объяснение связи формулы Байеса с обновлением вероятностей в классификаторах; 0,5 балла — за формальное объяснение без привязки к машинному обучению; 0 баллов — за отсутствие ответа или неверную интерпретацию. Итоговый балл — сумма за три задачи, максимум 5.	экзамен
8	1	Текущий контроль	Самостоятельная работа 8	1	5	Задачи 1 и 2 оцениваются по 2 балла каждая: 2 балла выставляются при верном применении формул для параметров распределений, корректном вычислении ковариации и корреляции с правильной подстановкой в формулы; 1 балл — при одной арифметической ошибке или неточности в промежуточных вычислениях; 0 баллов — при неверной формуле оценки или отсутствии решения. Задача 3 оценивается в 1 балл: балл начисляется за содержательное объяснение связи корреляции с устойчивостью модели или отбором признаков; 0,5 балла — за формальное объяснение без привязки к машинному обучению; 0 баллов — за отсутствие ответа или неверную интерпретацию. Итоговый балл — сумма за три задачи, максимум 5.	экзамен
9	1	Текущий контроль	Самостоятельная работа 9	1	5	Задачи 1 и 2 оцениваются по 2 балла каждая: 2 балла выставляются при	экзамен

						верном применении формул распределений, корректном вычислении выборочного среднего, стандартного отклонения и правильном применении правила трёх сигм для обнаружения выбросов; 1 балл — при одной арифметической ошибке, неточности в стандартизации или неверном вычислении границ интервала; 0 баллов — при неверной формуле распределения, отсутствии решения или фундаментальном непонимании метода. Задача 3 оценивается в 1 балл: балл начисляется за содержательное объяснение ограничений правила трёх сигм и связи с устойчивостью предобработки данных; 0,5 балла — за формальное объяснение без привязки к машинному обучению или предобработке признаков; 0 баллов — за отсутствие ответа или неверную интерпретацию. Итоговый балл — сумма за три задачи, максимум 5.	
10	1	Текущий контроль	Практическая работа 1	1	8	Один балл начисляется автоматически за сдачу работы в установленный срок. Остальные семь баллов распределяются следующим образом: два балла — за корректную генерацию данных и построение корреляционной матрицы с визуализацией; два балла — за верный расчёт ранга, числа обусловленности и спектра, с интерпретацией результатов; два балла — за реализацию обоих методов регрессии и сравнение их результатов при разных значениях параметра регуляризации; один балл — за содержательный итоговый вывод, связывающий мультиколлинеарность, обусловленность и эффект регуляризации. При отсутствии вывода или грубых ошибках в расчётах соответствующие баллы не начисляются.	экзамен
11	1	Текущий контроль	Практическая работа 2	1	66	Один балл начисляется автоматически за сдачу работы в установленный срок. Остальные пять баллов распределяются следующим образом: два балла — за корректное центрирование данных, выполнение сингулярного разложения и построение графика сингулярных чисел с расчётом объяснённой дисперсии; два балла — за верную проекцию данных на главные компоненты и качественную визуализацию результата с интерпретацией; один балл — за содержательный итоговый вывод,	экзамен

						связывающий собственные значения с эффективностью снижения размерности. При отсутствии визуализаций, ошибках в вычислениях или формальных выводах соответствующие баллы снижаются или не начисляются.	
12	1	Текущий контроль	Практическая работа 3	1	6	Один балл начисляется автоматически за сдачу работы в установленный срок. Остальные пять баллов распределяются следующим образом: два балла — за корректное построение матриц смежности, степеней и Лапласиана, верный расчёт спектра и его визуализацию; два балла — за правильное спектральное вложение, качественную визуализацию графа в новых координатах и интерпретацию второго собственного значения; один балл — за содержательный итоговый вывод, связывающий спектральные свойства графа с задачами анализа данных и ИИ. При отсутствии графиков, ошибках в построении матриц или формальных выводах соответствующие баллы не начисляются.	экзамен
13	1	Текущий контроль	Практическая работа 4	1	9	Один балл начисляется автоматически за сдачу работы в установленный срок. Остальные восемь баллов распределяются следующим образом: два балла — за корректную реализацию целевой функции и визуализацию её линий уровня; два балла — за верную реализацию трёх методов оптимизации и корректный запуск экспериментов; два балла — за построение сравнительных графиков траекторий и кривых сходимости с интерпретацией различий; один балл — за исследование влияния регуляризации на оптимизацию; один балл — за содержательный итоговый вывод, связывающий свойства функции, выбор метода и практические рекомендации для задач машинного обучения. При отсутствии графиков, ошибках в реализации методов или формальных выводах соответствующие баллы не начисляются.	экзамен
14	1	Текущий контроль	Финальный проект	1	20	Один балл за своевременную сдачу начисляется при представлении всех материалов проекта не позднее установленного срока. Пять баллов за полноту выполнения присуждаются, если выполнены все основные этапы анализа данных, предусмотренные заданием. Пять баллов за корректность	экзамен

						вычислений и кода выставляются при правильных расчётах, работоспособном программном коде и корректном применении математических методов. Два балла за качество визуализации начисляются за информативные, аккуратно оформленные графики и таблицы, помогающие интерпретировать результаты. Четыре балла за анализ и интерпретацию присуждаются при наличии содержательных выводов и объяснений для каждого этапа исследования. Три балла за защиту проекта выставляются, если студент способен чётко объяснить выполненную работу, обосновать выбор методов и ответить на вопросы по результатам исследования.	
15	1	Текущий контроль	Работа у доски	1	6	Максимум шесть баллов за семестр: три балла за один выход, шесть — за два. За каждый выход выставляется от нуля до трёх баллов в зависимости от качества решения: три балла — за верное решение с пояснением, два — за решение с незначительными ошибками, один — за попытку с существенными недочётами, ноль — за отсутствие ответа. Итоговый балл суммируется по лучшим попыткам, но не превышает шести. Дополнительные выходы сверх двух не увеличивают балл, но позволяют исправить предыдущие ошибки.	экзамен
16	1	Промежуточная аттестация	Экзамен	-	100	Экзамен проводится в устно-письменной форме по билетам, каждый из которых содержит один теоретический вопрос и две практические задачи. На подготовку отводится 20–25 минут, время ответа у доски — 10–15 минут. Максимальная оценка за экзамен — 100 баллов: до 40 баллов за теоретический вопрос и по 30 баллов за каждую практическую задачу. Баллы начисляются за полноту ответа, корректность вычислений, умение пояснить ход решения и связать результат с задачами искусственного интеллекта.	экзамен

6.2. Процедура проведения, критерии оценивания

Вид промежуточной аттестации	Процедура проведения	Критерии оценивания
экзамен	Экзамен проводится в устно-письменной форме по билетам,	В соответствии с

	каждый из которых содержит один теоретический вопрос и две практические задачи. На подготовку отводится 20–25 минут, время ответа у доски — 10–15 минут. Максимальная оценка за экзамен — 100 баллов: до 40 баллов за теоретический вопрос и по 30 баллов за каждую практическую задачу. Баллы начисляются за полноту ответа, корректность вычислений, умение пояснить ход решения и связать результат с задачами искусственного интеллекта.	пп. 2.5, 2.6 Положения
--	--	---------------------------

6.3. Паспорт фонда оценочных средств

Компетенции	Результаты обучения	№ КМ															
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
ОПК-3	Знает: основные разделы теории графов и функционального анализа, используемые для формализации данных и моделей ИИ	+			+		+		+		+		+	+	+	+	+
ОПК-3	Умеет: строить и анализировать дискретные и непрерывные математические модели задач ИИ, соотносить их со структурой данных		+	+	+	+	+	+		+	+	+	+	+	+	+	+
ОПК-3	Имеет практический опыт: применения методов теории графов и функционального анализа для представления нестандартных структур данных и построения абстрактных моделей знаний			+		+			+	+		+		+	+	+	+

Типовые контрольные задания по каждому мероприятию находятся в приложениях.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Печатная учебно-методическая документация

а) основная литература:

- Ильин В. А. Линейная алгебра : учебник для физ. специальностей и специальности "Приклад. математика" / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк ; под ред. А. Н. Тихонова и др.; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - 6-е изд., стер.. - М. : Физматлит, 2007. - 278 с.
- Колмогоров А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа : Учеб. для мат. спец. ун-тов. - 6-е изд., испр.. - М. : Наука, 1989. - 623 с. : ил.
- Оре О. Теория графов / Пер. с англ. И. Н. Врублевской; Под ред. Н. Н. Воробьева. - 2-е изд., стереотип.. - М. : Наука, 1980. - 336 с. : ил.
- Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие для вузов / В. Е. Гмурман. - 12-е изд.. - М. : Юрайт, 2014. - 478, [1] с. : ил.
- Аоки М. Введение в методы оптимизации. Основы и приложения нелинейного программирования / М. Аоки ; Пер. с англ. Э. Б. Дубро; Под ред. Б. Т. Поляка. - М. : Наука, 1977. - 343 с. : ил.

б) дополнительная литература:

- Хорн Р. Матричный анализ / Пер. с англ. Х. Д. Икрамова и др.; Под ред. Х. Д. Икрамова. - М. : Мир, 1989. - 655 с.
- Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. - 4-е изд., доп.. - М. : Наука, 1988. - 548 с.

3. Кремер Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для вузов по экон. специальностям / Н. Ш. Кремер. - 3-е изд., перераб. и доп.. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009. - 550, [1] с.

в) отечественные и зарубежные журналы по дисциплине, имеющиеся в библиотеке:
Не предусмотрены

г) методические указания для студентов по освоению дисциплины:

1. Линейная и логистическая регрессия

из них: учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента:

1. Линейная и логистическая регрессия

Электронная учебно-методическая документация

Нет

Перечень используемого программного обеспечения:

1. -Python(бессрочно)

Перечень используемых профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

Нет

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Вид занятий	№ ауд.	Основное оборудование, стенды, макеты, компьютерная техника, предустановленное программное обеспечение, используемое для различных видов занятий
Экзамен	333 (3б)	парты, проектор, доска, компьютеры
Практические занятия и семинары	333 (3б)	парты, проектор, доска, компьютеры
Лекции	204 (3г)	парты, проектор, доска