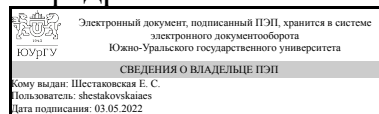


# ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ:  
Заведующий выпускающей  
кафедрой



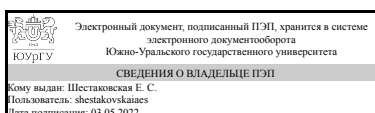
Е. С. Шестаковская

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

**дисциплины** 1.Ф.П1.06 Дробные модели механики сплошных сред  
**для направления** 01.03.03 Механика и математическое моделирование  
**уровень** Бакалавриат  
**профиль подготовки** Механика и математическое моделирование жидкости, газа и плазмы  
**форма обучения** очная  
**кафедра-разработчик** Вычислительная механика

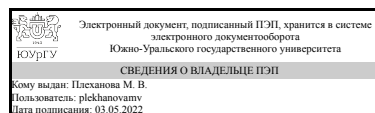
Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.03 Механика и математическое моделирование, утверждённым приказом Минобрнауки от 10.01.2018 № 10

Зав.кафедрой разработчика,  
к.физ.-мат.н., доц.



Е. С. Шестаковская

Разработчик программы,  
д.физ.-мат.н., доц., профессор



М. В. Плеханова

## 1. Цели и задачи дисциплины

Целью курса «Дробные модели механики сплошных сред» является изучение основных методов и идей теории дробного дифференцирования, применение дробных дифференциальных уравнений к решению различных задач механики сплошных сред. Задачами изучения дисциплины являются: • ознакомление студентов с основными понятиями теории дробных производных; • изучение применения методов дробного дифференцирования для уравнений механики; • построение численных решений дробных уравнений теории упругости и пластичности; • создание целостной картины существующих математических методов и понятий, призванных служить инструментами обработки данных, необходимых для решения прикладных задач; • создание отношения к наиболее современному и перспективному математическому аппарату как к инструменту исследования и решения прикладных задач. Эта цель достигается выработкой у студентов понимания сущности математической модели и умения моделировать некоторые сложные объекты, процессы и явления; • привитие навыков использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности; • развитие у студентов способности ориентироваться в последних достижениях прикладной математики и математической физики. Расширять свои знания и проводить решение прикладных математических задач на современном уровне, т.е. воспитания математической культуры, которая способствовала бы включению будущих специалистов в процесс активного познания, в частности, обеспечивала бы им возможность самостоятельного овладения новым математическим аппаратом и применением его в различных предметных областях.

## Краткое содержание дисциплины

Курс включает в себя изучение тем: эрмитовость, степенные функции в физике, математические основы метода, применение дробных производных к задачам механики

## 2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

| Планируемые результаты освоения ОП ВО (компетенции)                                                                                                                                                                                                                  | Планируемые результаты обучения по дисциплине                                                                                     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ПК-1 Владение методами механического, физического и математического исследования при анализе проблем механики на основе знаний фундаментальных физико-математических дисциплин и компьютерных наук и навыками проблемно-задачной формы представления научных знаний. | Знает: теорию дробных производных<br>Имеет практический опыт: решения обобщенных на случай дробной производной уравнений механики |

## 3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

| Перечень предшествующих дисциплин, видов работ учебного плана | Перечень последующих дисциплин, видов работ |
|---------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|
| Теория теплообмена                                            | Не предусмотрены                            |

Требования к «входным» знаниям, умениям, навыкам студента, необходимым при освоении данной дисциплины и приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин:

| Дисциплина         | Требования                                                                                                                                                                                 |
|--------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Теория теплообмена | Знает: основные понятия и законы теории теплообмена<br>Умеет: применять математические методы для решения уравнения теплопроводности<br>Имеет практический опыт: решения задач теплообмена |

#### 4. Объём и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 ч., 70,5 ч. контактной работы

| Вид учебной работы                                                         | Всего часов | Распределение по семестрам в часах |
|----------------------------------------------------------------------------|-------------|------------------------------------|
|                                                                            |             | Номер семестра                     |
|                                                                            |             | 8                                  |
| Общая трудоёмкость дисциплины                                              | 108         | 108                                |
| <i>Аудиторные занятия:</i>                                                 | 70          | 70                                 |
| Лекции (Л)                                                                 | 28          | 28                                 |
| Практические занятия, семинары и (или) другие виды аудиторных занятий (ПЗ) | 42          | 42                                 |
| Лабораторные работы (ЛР)                                                   | 0           | 0                                  |
| <i>Самостоятельная работа (СРС)</i>                                        | 29,5        | 29,5                               |
| с применением дистанционных образовательных технологий                     | 0           |                                    |
| Выполнение домашних заданий.                                               | 4           | 4                                  |
| Индивидуальная работа. Численные решения дробного уравнения механики.      | 10,5        | 10.5                               |
| Подготовка к контрольной работе.                                           | 5           | 5                                  |
| Подготовка к экзамену                                                      | 10          | 10                                 |
| Консультации и промежуточная аттестация                                    | 8,5         | 8,5                                |
| Вид контроля (зачет, диф.зачет, экзамен)                                   | -           | экзамен                            |

#### 5. Содержание дисциплины

| № раздела | Наименование разделов дисциплины                          | Объем аудиторных занятий по видам в часах |    |    |    |
|-----------|-----------------------------------------------------------|-------------------------------------------|----|----|----|
|           |                                                           | Всего                                     | Л  | ПЗ | ЛР |
| 1         | Математические основы дробного дифференцирования          | 28                                        | 14 | 14 | 0  |
| 2         | Численное моделирование с применением дробных производных | 20                                        | 10 | 10 | 0  |
| 3         | Дробные модели в механике                                 | 22                                        | 4  | 18 | 0  |

##### 5.1. Лекции

| № лекции | № раздела | Наименование или краткое содержание лекционного занятия                     | Кол-во часов |
|----------|-----------|-----------------------------------------------------------------------------|--------------|
| 1        | 1         | Интегралы с параметром. Сходимость несобственных интегралов с параметром.   | 2            |
| 2        | 1         | Интегралы Эйлера                                                            | 2            |
| 3        | 1         | Дробные производные Римана - Лиувилля                                       | 2            |
| 4        | 1         | Дробные производные Капуто.                                                 | 2            |
| 5        | 1         | Дробные ОДУ.                                                                | 2            |
| 6        | 1         | Уравнения в частных производных дробного порядка .                          | 2            |
| 7        | 1         | Уравнения с памятью.                                                        | 2            |
| 8        | 2         | От конечных разностей к дробным производным                                 | 2            |
| 9        | 2         | Численное решение ОДУ с дробной производной.                                | 2            |
| 10       | 2         | Разностные схемы для уравнений механики сплошных сред.                      | 2            |
| 11       | 2         | Разностные схемы для моделей дробного порядка.                              | 2            |
| 12       | 2         | Уравнение субдиффузии.                                                      | 2            |
| 13       | 3         | Программная реализация численного решения задачи для уравнения субдиффузии. | 2            |
| 14       | 3         | Дробная производная в механике.                                             | 2            |

## 5.2. Практические занятия, семинары

| № занятия | № раздела | Наименование или краткое содержание практического занятия, семинара                                                | Кол-во часов |
|-----------|-----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| 1         | 1         | Интегралы с параметром. Вычисление.                                                                                | 2            |
| 2         | 1         | Сходимость интегралов с параметром.                                                                                | 2            |
| 3         | 1         | Гамма функции Эйлера.                                                                                              | 2            |
| 4         | 1         | Бетта функции Эйлера.                                                                                              | 2            |
| 5         | 1         | Вычисление дробной производной Римана-Лиувилля от элементарных функций.                                            | 2            |
| 6         | 1         | Вычисление производной Капуто от элементарных функций.                                                             | 2            |
| 7         | 1         | Контрольная работа по теме "Дробные производные".                                                                  | 2            |
| 8         | 2         | Численная схема для подсчета дробной производной.                                                                  | 2            |
| 9         | 2         | Программная реализация. Дробные производные степенные функции.                                                     | 2            |
| 10        | 2         | Численная схема с применением функции Миттаг-Леффлера.                                                             | 2            |
| 11        | 2         | Программная реализация. Численная схема с применением функции Миттаг-Леффлера.                                     | 2            |
| 12        | 2         | Численные схемы решения начально краевой задачи для уравнения теплопроводности.                                    | 2            |
| 13        | 3         | Разработка численной схемы для уравнения субдиффузии.                                                              | 2            |
| 14        | 3         | Индивидуальное задание. Разработка численной схемы для одного уравнения механики с дробной производной по времени. | 2            |
| 15        | 3         | Программная реализация решение дробной модели механики.                                                            | 2            |
| 16        | 3         | Графическая интерпретация численного решения, проверка результата                                                  | 2            |
| 17        | 3         | Доказательство аппроксимации численной схемы                                                                       | 2            |
| 18        | 3         | Доказательство устойчивости                                                                                        | 2            |
| 19        | 3         | Обратные задачи в механике                                                                                         | 2            |
| 20        | 3         | Дробно-дифференциальное уравнение Ньютона                                                                          | 2            |
| 21        | 3         | Дробно-дифференциальная модель Кельвина                                                                            | 2            |

### 5.3. Лабораторные работы

Не предусмотрены

### 5.4. Самостоятельная работа студента

| Выполнение СРС                                                        |                                                                                                                                                                           |         |              |
|-----------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|--------------|
| Подвид СРС                                                            | Список литературы (с указанием разделов, глав, страниц) / ссылка на ресурс                                                                                                | Семестр | Кол-во часов |
| Выполнение домашних заданий.                                          | ПУМД осн. лит-ра [1] Л. 33,34 стр. 626-647; [3] Гл. VII стр. 340-362; Гл. IX стр 331-457; до лит-ра. [1] Гл. 1. стр 20-94:                                                | 8       | 4            |
| Индивидуальная работа. Численные решения дробного уравнения механики. | ПУМД осн. лит-ра [2] Гл. VII стр. 340-362; [3] Гл. IX стр 331-457; ЭУМД [1] Гл. 1,2,5,11 стр. 19-77, 267-258, [2] Гл. 10, стр 495, Гл. 11, стр. 599                       | 8       | 10,5         |
| Подготовка к контрольной работе.                                      | ПУМД осн. лит-ра [1] Л. 33,34 стр. 626-647; [2] Гл. VII стр. 340-362:                                                                                                     | 8       | 5            |
| Подготовка к экзамену                                                 | ПУМД осн. лит-ра [1] Л. 33,34 стр. 626-647; [2] Гл. VII стр. 340-362; [3] Гл. IX стр 331-457; до лит-ра. [1] Гл. 1. стр 20-94: ЭУМД [1] Гл. 1,2,5,11 стр. 19-77, 267-258. | 8       | 10           |

## 6. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации

Контроль качества освоения образовательной программы осуществляется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе оценивания результатов учебной деятельности обучающихся.

### 6.1. Контрольные мероприятия (КМ)

| № КМ | Се-местр | Вид контроля     | Название контрольного мероприятия | Вес | Макс. балл | Порядок начисления баллов                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Учитывается в ПА |
|------|----------|------------------|-----------------------------------|-----|------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| 1    | 8        | Текущий контроль | Контрольная работа                | 1   | 20         | Контрольная работа проводится на практическом занятии. Продолжительность – 2 академических часа. Она содержит 5 задач. Студент должен самостоятельно решить задачи, оформить их решение на отдельном листочке. Каждая задача оценивается от 0 до 4 баллов следующим образом: 4 балла – задача решена правильно, 3 балла содержится не более двух негрубых ошибок, не повлиявших на общий ход решения задачи, верно выбран метод решения задачи, запись решения последовательная и математически грамотная, решение доведено до ответа; 2 балла – в решении | экзамен          |

|   |   |                  |                        |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |         |
|---|---|------------------|------------------------|---|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
|   |   |                  |                        |   |   | содержатся 2–3 ошибки, не повлиявшие существенно на ход решения, или решение не доведено до ответа, но при этом изложено не менее 60% полного решения. 1 балл – в процессе решения задачи допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными знаниями и умениями по данной теме, или изложено менее 40% полного решения; 0 баллов – неверно выбран метод решения или изложено менее 20% полного решения.                                                                                                                                                               |         |
| 2 | 8 | Текущий контроль | Домашнее задание       | 1 | 5 | Критерии начисления баллов (за каждую домашнюю работу):<br>- домашняя работа выполнена верно – 5 баллов<br>-домашняя работа выполнена верно, но имеются недочеты не влияющие на конечный результат – 4 баллов<br>-допущена расчетная ошибка – 3 балла<br>- метод выполнения выбран верный, но конечный результат не достигнут – 2 балла<br>- неверно выбран метод – 1 балла<br>- работа не представлена – 0 баллов                                                                                                                                                                                 | экзамен |
| 3 | 8 | Текущий контроль | Домашнее задание       | 1 | 5 | Критерии начисления баллов:<br>- домашняя работа выполнена верно – 5 баллов<br>-домашняя работа выполнена верно, но имеются недочеты не влияющие на конечный результат – 4 баллов<br>-допущена расчетная ошибка – 3 балла<br>- метод выполнения выбран верный, но конечный результат не достигнут – 2 балла<br>- неверно выбран метод – 1 балла<br>- работа не представлена – 0 баллов                                                                                                                                                                                                             | экзамен |
| 4 | 8 | Текущий контроль | Индивидуальное задание | 1 | 5 | Индивидуальное задание выполняется самостоятельно на основе предшествующих практических занятиях. На получение консультаций, исправление замечаний и защиту задания выделяются последние два практических занятия (4 часа). Защита состоит в устном объяснении хода решения, работы программы, интерпретации графика,<br>Верно разработана численная схема - 1 балл<br>Корректно найдено численное решение - 1 балл<br>Верно дана интерпретация графического изображения решения -1 балл<br>Дано развернутое устное объяснение проделанной работы - 1 балл<br>Даны верные ответы на вопросы о ходе | экзамен |

|   |   |                          |        |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |         |
|---|---|--------------------------|--------|---|---|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
|   |   |                          |        |   |   | решения и примененной теории - 1 балл                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |         |
| 5 | 8 | Промежуточная аттестация | Доклад | - | 5 | <p>Экзаменационное мероприятие состоит в докладе по применению дробных производных в механике. Доклад заслушивается в день экзамена и рассчитан на 10 минут в виде презентации. Темы докладов выбираются на первой неделе обучения из списка тем.</p> <p>5 баллов - студент умеет представлять результаты аналитической и исследовательской работы в виде выступления; формировать систему рабочих гипотез; проводить оценку научной и практической значимости результатов научных исследований; владеет навыками ведения научной дискуссии. 4 балла - студент умеет представлять результаты аналитической и исследовательской работы в виде выступления; формировать систему рабочих гипотез; владеет навыками ведения научной дискуссии; есть недочеты в оформлении презентации к докладу; 3 балла - студент владеет навыками ведения научной дискуссии; есть недочеты в оформлении презентации к докладу; недостаточно структурированный материал доклада; 2 балла - слабые навыки публичных выступлений и ведения научной дискуссии; есть недочеты в оформлении презентации к докладу; неструктурированный материал доклада; 1 балл – есть неточности, неправильные формулировки, нарушения последовательности в изложении доклада, у студента слабые навыки публичных выступлений и ведения научной дискуссии. 0 баллов - непоследовательное, нелогичное изложение доклада, отсутствие ответов на поставленные вопросы или отсутствие участия в научной дискуссии.</p> | экзамен |

## 6.2. Процедура проведения, критерии оценивания

| Вид промежуточной аттестации | Процедура проведения                                                                                                                                                                                                      | Критерии оценивания                     |
|------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| экзамен                      | <p>Оценивание учебной деятельности обучающихся по дисциплине проводится на основе полученных оценок за контрольно-рейтинговые мероприятия текущего контроля.</p> <p>Промежуточная аттестация не является обязательным</p> | В соответствии с пп. 2.5, 2.6 Положения |

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |
|--|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
|  | мероприятием для выставления оценки. Промежуточная аттестация проводится в случае, если студент хочет повысить оценку или его рейтинг по результатам текущего контроля менее 60%. Экзаменационное мероприятие состоит в докладе по применению дробных производных в механике. Доклад заслушивается в день экзамена и рассчитан на 10 минут в виде презентации. |  |
|--|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|

### 6.3. Паспорт фонда оценочных средств

| Компетенции | Результаты обучения                                                                          | № КМ |   |   |   |   |
|-------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|------|---|---|---|---|
|             |                                                                                              | 1    | 2 | 3 | 4 | 5 |
| ПК-1        | Знает: теорию дробных производных                                                            | +    | + | + | + | + |
| ПК-1        | Имеет практический опыт: решения обобщенных на случай дробной производной уравнений механики | +    | + | + | + | + |

Типовые контрольные задания по каждому мероприятию находятся в приложениях.

## 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### Печатная учебно-методическая документация

#### а) основная литература:

1. Карачик, В. В. Курс математического анализа [Текст] учеб. пособие для вузов по инж.-физ. и физ.-мат. специальностям В. В. Карачик ; Юж.-Урал. гос. ун-т, Каф. Мат. анализ ; ЮУрГУ. - Челябинск: Издательский Центр ЮУрГУ, 2009. - 681, [1] с. ил.
2. Калиткин, Н. Н. Численные методы Учеб. пособие для вузов Под ред. А. А. Самарского. - М.: Наука, 1978. - 512 с. ил.
3. Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу Учеб. пособие для вузов Б. П. Демидович. - М.: АСТ : Астрель, 2005. - 558 с.

#### б) дополнительная литература:

1. Ковалев, Ю. М. Введение в математические модели механики сплошных сред [Текст : непосредственный] учеб. пособие по направлению "Механика и мат. моделирование" и др. Ю. М. Ковалев, В. Ф. Куропатенко ; Юж.-Урал. гос. ун-т, Каф. Вычисл. механика ; ЮУрГУ. - Челябинск: Издательский Центр ЮУрГУ, 2020. - 80, [2] с. ил.

#### в) отечественные и зарубежные журналы по дисциплине, имеющиеся в библиотеке:

1. «Вестник Южно-Уральского университета» серия «Математика. Механика. Физика»
2. «Вестника Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математическое моделирование и программирование»
3. «Journal of Computational and Applied Mathematics»

#### г) методические указания для студентов по освоению дисциплины:

1. Методические рекомендации по выполнению самостоятельной работы студентов



из них: учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента:

1. Методические рекомендации по выполнению самостоятельной работы студентов

### Электронная учебно-методическая документация

| № | Вид литературы            | Наименование ресурса в электронной форме          | Библиографическое описание                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|---|---------------------------|---------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | Дополнительная литература | Электронно-библиотечная система издательства Лань | Учайкин, В.В. Механика. Основы механики сплошных сред [Электронный ресурс] : учебник / В.В. Учайкин. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 860 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/91899">https://e.lanbook.com/book/91899</a> . — Загл. с экрана.                                                                                                                                 |
| 2 | Основная литература       | Электронно-библиотечная система издательства Лань | Бахвалов, Н. С. Численные методы : учебник / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. — 9-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2020. — 636 с. — ISBN 978-5-00101-836-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/126099">https://e.lanbook.com/book/126099</a> (дата обращения: 07.11.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей. |

Перечень используемого программного обеспечения:

1. Microsoft-Windows(бессрочно)
2. Math Works-MATLAB, Simulink R2014b(бессрочно)

Перечень используемых профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

Нет

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

| Вид занятий                     | № ауд.  | Основное оборудование, стенды, макеты, компьютерная техника, предустановленное программное обеспечение, используемое для различных видов занятий |
|---------------------------------|---------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Практические занятия и семинары | 707 (1) | Компьютеры                                                                                                                                       |