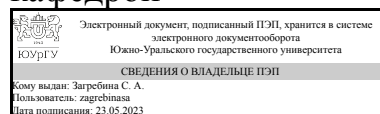


# ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ:  
Заведующий выпускающей  
кафедрой



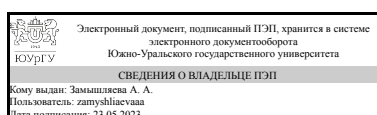
С. А. Загребина

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

**дисциплины** 1.Ф.П0.08 Дискретная оптимизация  
**для направления** 02.03.01 Математика и компьютерные науки  
**уровень** Бакалавриат  
**профиль подготовки** Компьютерное моделирование в инженерном и технологическом проектировании  
**форма обучения** очная  
**кафедра-разработчик** Прикладная математика и программирование

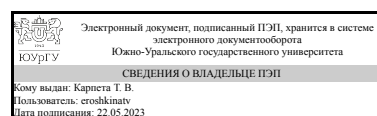
Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки, утверждённым приказом Минобрнауки от 23.08.2017 № 807

Зав.кафедрой разработчика,  
д.физ.-мат.н., проф.



А. А. Замышляева

Разработчик программы,  
к.физ.-мат.н., доцент



Т. В. Карпета

## 1. Цели и задачи дисциплины

Цель дисциплины: ознакомление с основными понятиями дискретной оптимизации. Задачи дисциплины: формирование представлений о теории сложности вычислений; развитие способности понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат; овладение методами решения задач дискретной оптимизации, развитие понимания условий их применения.

## Краткое содержание дисциплины

Минимаксные теоремы Теоремы Форда – Фалкерсона, Холла, Кенига – Эгервари, Дилворта. Задача о назначениях и другие задачи о двудольных графах. Нахождение наибольшего паросочетания и наименьшего вершинного покрытия в двудольном графе. Венгерский алгоритм. Задача о назначениях на узкое место. Матроиды. Жадный алгоритм Определения и примеры. Двойственность. Представимые матроиды. Ранговая функция. Жадный алгоритм. Задача планирования эксперимента. Общие трансверсали. Сложность задач Задача выбора. Варианты задачи оптимизации. Классы P NP. Полиномиальная сводимость. NP-полные задачи. Структура класса NP. Приближенные алгоритмы Определения. Приближённый алгоритм Кристофидеса решения метрической задачи коммивояжёра.

## 2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

| Планируемые результаты освоения ОП ВО (компетенции)                                                                                 | Планируемые результаты обучения по дисциплине                                                                                                                                                  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ПК-2 Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий | Знает: основные понятия дискретной оптимизации<br>Умеет: применять минимаксные теоремы дискретной оптимизации<br>Имеет практический опыт: применения типовых алгоритмов дискретной оптимизации |

## 3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

| Перечень предшествующих дисциплин, видов работ учебного плана                                                   | Перечень последующих дисциплин, видов работ                                                                                                                                                      |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Современные технологии разработки программного обеспечения,<br>Теория оптимизации,<br>Вычислительная математика | Параллельные и распределенные вычисления,<br>Функциональное и логическое программирование,<br>Программирование для мобильных устройств,<br>Производственная практика (преддипломная) (8 семестр) |

Требования к «входным» знаниям, умениям, навыкам студента, необходимым при освоении данной дисциплины и приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин:

| Дисциплина                                                 | Требования                                                                  |
|------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| Современные технологии разработки программного обеспечения | Знает: основные технологии разработки программного обеспечения, современные |

|                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|---------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                           | технологии и методы программирования Умеет: работать с основными технологиями разработки программного обеспечения, формировать требования, спецификацию и структуру программы при решении прикладных задач, оценивать результаты тестирования, локализовать ошибки в коде Имеет практический опыт: использования основных технологий разработки программного обеспечения, использования современных CASE-средств, применяемых при проектировании, тестировании и командной разработке |
| Вычислительная математика | Знает: существующие стандартные пакеты прикладных программ Умеет: применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных результатов Имеет практический опыт: использования методов математических и естественных наук, программирования и информационных технологий                                                                                                   |

#### 4. Объём и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 ч., 72,5 ч. контактной работы

| Вид учебной работы                                                         | Всего часов | Распределение по семестрам в часах |
|----------------------------------------------------------------------------|-------------|------------------------------------|
|                                                                            |             | Номер семестра                     |
|                                                                            |             | 7                                  |
| Общая трудоёмкость дисциплины                                              | 108         | 108                                |
| <i>Аудиторные занятия:</i>                                                 | 64          | 64                                 |
| Лекции (Л)                                                                 | 32          | 32                                 |
| Практические занятия, семинары и (или) другие виды аудиторных занятий (ПЗ) | 32          | 32                                 |
| Лабораторные работы (ЛР)                                                   | 0           | 0                                  |
| <i>Самостоятельная работа (СРС)</i>                                        | 35,5        | 35,5                               |
| Подготовка к экзамену                                                      | 16          | 16                                 |
| Выполнение домашних заданий                                                | 14          | 14                                 |
| Выполнение семестрового задания                                            | 5,5         | 5,5                                |
| Консультации и промежуточная аттестация                                    | 8,5         | 8,5                                |
| Вид контроля (зачет, диф.зачет, экзамен)                                   | -           | экзамен                            |

#### 5. Содержание дисциплины

| № раздела | Наименование разделов дисциплины | Объем аудиторных занятий по видам в часах |   |    |    |
|-----------|----------------------------------|-------------------------------------------|---|----|----|
|           |                                  | Всего                                     | Л | ПЗ | ЛР |
| 1         | Минимаксные теоремы              | 16                                        | 8 | 8  | 0  |

|   |                                                          |    |   |    |   |
|---|----------------------------------------------------------|----|---|----|---|
| 2 | Задача о назначениях и другие задачи о двудольных графах | 26 | 8 | 18 | 0 |
| 3 | Матроиды. Жадный алгоритм                                | 12 | 6 | 6  | 0 |
| 4 | Сложность задач                                          | 8  | 8 | 0  | 0 |
| 5 | Приближенные алгоритмы                                   | 2  | 2 | 0  | 0 |

### 5.1. Лекции

| № лекции | № раздела | Наименование или краткое содержание лекционного занятия                                                                            | Кол-во часов |
|----------|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| 1-2      | 1         | Теорема Холла. Теорема Пуанкаре. Дополняемость латинских прямоугольников до латинских квадратов.                                   | 4            |
| 3        | 1         | Теорема Кенига – Эгервари. Дважды стохастические матрицы. Рёберно-хроматическое число графа. Теорема Визинга.                      | 2            |
| 4        | 1         | Теорема Дилворта. Двойственная теорема. Их приложения к различным задачам.                                                         | 2            |
| 5-6      | 2         | Задачи о двудольных графах: нахождение наибольшего паросочетания и наименьшего вершинного покрытия.                                | 4            |
| 7-8      | 2         | Венгерский алгоритм решения задачи о назначениях; задача о назначениях на узкое место.                                             | 4            |
| 9-10     | 3         | Матроиды: основные определения; двойственность; ранговая функция; жадный алгоритм; применение в задачах планирования эксперимента. | 4            |
| 11       | 3         | Трансверсальный матроид; общие трансверсали.                                                                                       | 2            |
| 12-13    | 4         | Сложность задач и алгоритмов: классы P и NP; полиномиальное сведение.                                                              | 4            |
| 14-15    | 4         | NP-полные задачи, сведение их друг к другу                                                                                         | 4            |
| 16       | 5         | Приближенные алгоритмы: основные понятия; алгоритм Кристофидеса решения задачи коммивояжера                                        | 2            |

### 5.2. Практические занятия, семинары

| № занятия | № раздела | Наименование или краткое содержание практического занятия, семинара                                 | Кол-во часов |
|-----------|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| 1-2       | 1         | Теоремы Холла, Кёнига-Эгервари, Дилворта.                                                           | 4            |
| 3-4       | 1         | Лемма Шпернера. Пополнение латинских квадратов.                                                     | 4            |
| 5         | 2         | Задачи о двудольных графах: нахождение наибольшего паросочетания и наименьшего вершинного покрытия. | 2            |
| 6-7       | 2         | Венгерский алгоритм решения задачи о назначениях; задача о назначениях на узкое место.              | 4            |
| 8         | 2         | Алгоритмы нахождения минимального стягивающего дерева                                               | 2            |
| 9-10      | 2         | Алгоритмы на ориентированных графах                                                                 | 4            |
| 11        | 2         | Знакомство с пакетом GeoGebra                                                                       | 2            |
| 12-13     | 2         | Работа с графами в математических пакетах                                                           | 4            |
| 14        | 3         | Представимые матроиды                                                                               | 2            |
| 15-16     | 3         | Графические матроиды. Матроиды Фано и Вамоса.                                                       | 4            |

### 5.3. Лабораторные работы

Не предусмотрены

## 5.4. Самостоятельная работа студента

| Выполнение СРС                  |                                                                                                                                                                                                                               |         |              |
|---------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|--------------|
| Подвид СРС                      | Список литературы (с указанием разделов, глав, страниц) / ссылка на ресурс                                                                                                                                                    | Семестр | Кол-во часов |
| Подготовка к экзамену           | Эвнин А.Ю. Дискретная математика. Конспект лекций.                                                                                                                                                                            | 7       | 16           |
| Выполнение домашних заданий     | Эвнин, А. Ю. Дискретная математика Текст задачник : учеб. пособие для мат. специальностей ун-тов А. Ю. Эвнин ; Юж.-Урал. гос. ун-т, Каф. Прикл. математика ; ЮУрГУ. - Челябинск: Издательский Центр ЮУрГУ, 2009. - 265 с. ил. | 7       | 14           |
| Выполнение семестрового задания | Индивидуальные задания по дискретной математике: учебное пособие / А.Ю. Эвнин. - Челябинск. Издательский центр ЮУрГУ, 2013. С. 3-35.                                                                                          | 7       | 5,5          |

## 6. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации

Контроль качества освоения образовательной программы осуществляется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе оценивания результатов учебной деятельности обучающихся.

### 6.1. Контрольные мероприятия (КМ)

| № КМ | Се-местр | Вид контроля     | Название контрольного мероприятия        | Вес | Макс. балл | Порядок начисления баллов                                                                                                                                                                                                                                      | Учитывается в ПА |
|------|----------|------------------|------------------------------------------|-----|------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| 2    | 7        | Текущий контроль | РГР Паросочетания и задача о назначениях | 0,3 | 100        | Балл равен проценту выполнения семестрового задания                                                                                                                                                                                                            | экзамен          |
| 3    | 7        | Текущий контроль | Контрольная работа                       | 0,3 | 100        | Балл равен проценту решенных заданий из контрольной работы                                                                                                                                                                                                     | экзамен          |
| 4    | 7        | Текущий контроль | Проверка работы на практических занятиях | 0,4 | 100        | На каждом практическом занятии студентам даётся задание по пройденному материалу. Балл по КМ равен проценту выполненных заданий в семестре.                                                                                                                    | экзамен          |
| 5    | 7        | Бонус            | Участие в олимпиадах                     | -   | 15         | 5 баллов за участие в олимпиадах уровня университета<br>10 баллов за победу в олимпиаде уровня университета или участие в олимпиаде регионального уровня<br>15 баллов за победу в олимпиаде регионального уровня или участие в олимпиаде международного уровня | экзамен          |
| 6    | 7        | Проме-           | Экзамен                                  | -   | 2          | В билете 2 вопроса теоретических и 1                                                                                                                                                                                                                           | экзамен          |

|  |  |                        |  |  |                                                                  |  |
|--|--|------------------------|--|--|------------------------------------------------------------------|--|
|  |  | жуточная<br>аттестация |  |  | задача. За верное выполнение каждого задания начисляется 1 балл. |  |
|--|--|------------------------|--|--|------------------------------------------------------------------|--|

## 6.2. Процедура проведения, критерии оценивания

| Вид промежуточной аттестации | Процедура проведения                                                                                                                                                                                                                                                                          | Критерии оценивания                     |
|------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| экзамен                      | Прохождение контрольного мероприятия промежуточной аттестации не является обязательным. Экзамен может быть выставлен по баллам текущего контроля. Студент может повысить свой рейтинг на экзамене. Экзамен проводится в письменной форме: в каждом билете 2 теоретических вопроса и 1 задача. | В соответствии с пп. 2.5, 2.6 Положения |

## 6.3. Паспорт фонда оценочных средств

| Компетенции | Результаты обучения                                                           | № КМ |    |    |    |    |
|-------------|-------------------------------------------------------------------------------|------|----|----|----|----|
|             |                                                                               | 2    | 3  | 4  | 5  | 6  |
| ПК-2        | Знает: основные понятия дискретной оптимизации                                | ++   | ++ | ++ | ++ | ++ |
| ПК-2        | Умеет: применять минимаксные теоремы дискретной оптимизации                   | ++   | ++ | ++ | ++ | ++ |
| ПК-2        | Имеет практический опыт: применения типовых алгоритмов дискретной оптимизации | +    |    | ++ | ++ | ++ |

Типовые контрольные задания по каждому мероприятию находятся в приложениях.

## 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### Печатная учебно-методическая документация

#### а) основная литература:

1. Вся высшая математика Т. 7 Учеб. для втузов М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко и др. - М.: КомКнига: URSS, 2006
2. Эвнин, А. Ю. Элементы дискретной оптимизации [Текст] учеб. пособие по специальности "Приклад. математика" и др. А. Ю. Эвнин ; Юж.-Урал. гос. ун-т, Каф. Приклад. математика ; ЮУрГУ. - Челябинск: Издательский Центр ЮУрГУ, 2012. - 91, [1] с. ил. электрон. версия
3. Эвнин, А. Ю. ЮУрГУ Вокруг теоремы Холла [Текст] 57 упражнений с ответами и решениями : учеб. пособие для мат. специальностей ун-тов А. Ю. Эвнин. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: URSS : ЛИБРОКОМ, 2012. - 87 с.

#### б) дополнительная литература:

1. Белоусов, А. И. Дискретная математика Учеб. для вузов А. И. Белоусов, С. Б. Ткачев; Под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко. - М.: Издательство МГТУ, 2001. - 743 с.
2. Липский, В. Комбинаторика для программистов В. Липский; Пер. с польск. В. А. Евстигнеева, О. А. Логиновой; Под ред. А. П. Ершова. - М.: Мир, 1988. - 213 с. ил.

3. Эвнин, А. Ю. Дискретная математика [Текст] конспект лекций А. Ю. Эвнин ; Юж.-Урал. гос. ун-т, Каф. Приклад. математика ; ЮУрГУ. - Челябинск: Издательство ЮУрГУ, 1998. - 176 с. ил. электрон. версия

в) отечественные и зарубежные журналы по дисциплине, имеющиеся в библиотеке:

1. Дискретная математика науч.-теорет. журн. Рос. акад. наук, Отд-ние математики журнал. - М., 1989-
2. Дискретный анализ и исследование операций науч. журн. Рос. акад. наук, Сиб. отд-ние, Ин-т математики им. С. Л. Соболева СО РАН журнал. - Новосибирск, 2008-

г) методические указания для студентов по освоению дисциплины:

1. Индивидуальные задания по дискретной математике
2. Элементы дискретной оптимизации

из них: учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента:

1. Индивидуальные задания по дискретной математике
2. Элементы дискретной оптимизации

### Электронная учебно-методическая документация

| № | Вид литературы            | Наименование ресурса в электронной форме          | Библиографическое описание                                                                                                                                                                          |
|---|---------------------------|---------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | Основная литература       | Учебно-методические материалы кафедры             | Эвнин А.Ю. Теория графов и комбинаторика<br><a href="https://lib.susu.ru/ftd?base=SUSU_METHOD&amp;key=000150855?base=SUSU">https://lib.susu.ru/ftd?base=SUSU_METHOD&amp;key=000150855?base=SUSU</a> |
| 2 | Дополнительная литература | Электронно-библиотечная система издательства Лань | Кузнецов, О.П. Дискретная математика для инженера<br><a href="https://e.lanbook.com">https://e.lanbook.com</a>                                                                                      |
| 3 | Основная литература       | Электронно-библиотечная система издательства Лань | Асанов М.О., Баранский В.А., Расин В.В. Дискретная математика: графы<br><a href="https://e.lanbook.com/book/130477">https://e.lanbook.com/book/130477</a>                                           |

Перечень используемого программного обеспечения:

Нет

Перечень используемых профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

Нет

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Не предусмотрено