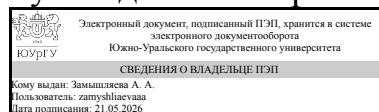


УТВЕРЖДАЮ:
Руководитель направления



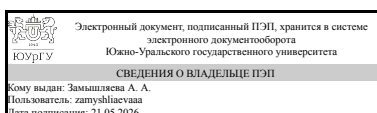
А. А. Замышляева

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

дисциплины 1.О.28 Дискретная оптимизация
для направления 01.03.02 Прикладная математика и информатика
уровень Бакалавриат
форма обучения очная
кафедра-разработчик Центр ОП топ-уровня в сфере ИИ "ВиртУм"

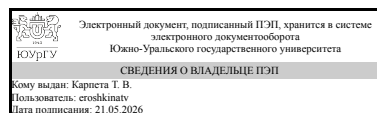
Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утверждённым приказом Минобрнауки от 10.01.2018 № 9

Зав.кафедрой разработчика,
д.физ.-мат.н., проф.



А. А. Замышляева

Разработчик программы,
к.физ.-мат.н., доцент



Т. В. Карпета

1. Цели и задачи дисциплины

Цель дисциплины: ознакомление с основными понятиями дискретной оптимизации и их ролью в современных методах искусственного интеллекта и машинного обучения. Задачи дисциплины: формирование представлений о теории сложности вычислений и её значении для проектирования ИИ-алгоритмов; развитие способности понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат дискретной оптимизации и методов искусственного интеллекта; овладение методами решения задач дискретной оптимизации, включая ИИ-ориентированные подходы, развитие понимания условий их применения в прикладных задачах анализа данных и искусственного интеллекта.

Краткое содержание дисциплины

Минимаксные теоремы Теоремы Форда – Фалкерсона, Холла, Кенига – Эгервари, Дилворта. Задача о назначениях и другие задачи о двудольных графах. Нахождение наибольшего паросочетания и наименьшего вершинного покрытия в двудольном графе. Венгерский алгоритм. Задача о назначениях на узкое место. Матроиды. Жадный алгоритм Определения и примеры. Двойственность. Представимые матроиды. Ранговая функция. Жадный алгоритм. Задача планирования эксперимента. Общие трансверсали. Сложность задач Задача выбора. Варианты задачи оптимизации. Классы P NP. Полиномиальная сводимость. NP-полные задачи. Структура класса NP. Приближенные алгоритмы Определения. Приближённый алгоритм Кристофидеса решения метрической задачи коммивояжёра. Графовые нейронные сети (GNN): архитектуры и применение. Методы метаэвристик на основе ИИ для дискретной оптимизации. Исследование реальных приложений: маршрутизация, оптимизация на графах с ИИ. Обучение реализуется с использованием разнообразных форм и методов: лекций, практических занятий, командных проектных заданий, мастер классов с участием представителей индустрии.

2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Планируемые результаты освоения ОП ВО (компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-3 Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	Знает: основные понятия сложности алгоритмов Умеет: использовать классические методы решения задач дискретной оптимизации (ветвей и границ, локального поиска, эвристических методов) Имеет практический опыт: классификации дискретных задач по их сложности и подбора подходящих методов их решения

3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Перечень предшествующих дисциплин, видов работ учебного плана	Перечень последующих дисциплин, видов работ
1.О.20 Численные методы	1.О.29 Методы оптимизации

Требования к «входным» знаниям, умениям, навыкам студента, необходимым при освоении данной дисциплины и приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин:

Дисциплина	Требования
1.О.20 Численные методы	<p>Знает: -[И-1, БУ] основные теоретические аспекты градиентных алгоритмов, их классификацию и области применения, классические численные методы решения задач вычислительной математики, классические методы численного решения систем линейных алгебраических уравнений, основные способы интерполирования функций, основные формулы приближенного вычисления интегралов, основные формулы численного дифференцирования, классические методы решения нелинейных уравнений и систем, основные методы решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка в различных пространствах</p> <p>Умеет: -[И-1, БУ] использовать градиентные алгоритмы для нахождения численных решений прикладных задач, выбирать и применять численные методы, реализовывать численные алгоритмы решения прикладных задач, оценивать качество приближённого решения, сравнивать эффективность различных численных алгоритмов, оценивать сложность и эффективность численных методов, применяемых в решении профессиональных задач, находить число итераций, необходимое для достижения заданной точности, давать оценку погрешности приближенных формул, строить формулы численного дифференцирования и интегрирования исходя из соображений точности, писать компьютерные программы, реализующие основные алгоритмы численных методов</p> <p>Имеет практический опыт: разработки и анализа математических моделей и алгоритмов решения задач вычислительной математики, применения основных методов численного анализа; владения навыками использования методов численного моделирования при решении прикладных задач, их реализации с помощью информационных технологий</p>

4. Объём и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 ч., 72,5 ч. контактной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах	
		Номер семестра	
		5	
Общая трудоёмкость дисциплины	108	108	
<i>Аудиторные занятия:</i>	64	64	
Лекции (Л)	32	32	
Практические занятия, семинары и (или) другие виды аудиторных занятий (ПЗ)	32	32	
Лабораторные работы (ЛР)	0	0	
<i>Самостоятельная работа (СРС)</i>	35,5	35,5	
Подготовка к экзамену	7,5	7,5	
Подготовка к хакатону	10	10	
Подготовка к контрольным работам 1-2	8	8	
Подготовка к кейс-заданию	10	10	
Консультации и промежуточная аттестация	8,5	8,5	
Вид контроля (зачет, диф.зачет, экзамен)	-	экзамен	

5. Содержание дисциплины

№ раздела	Наименование разделов дисциплины	Объем аудиторных занятий по видам в часах			
		Всего	Л	ПЗ	ЛР
1	Введение в дискретную оптимизацию	2	2	0	0
2	Минимаксные теоремы	14	6	8	0
3	Задача о назначениях и другие задачи о двудольных графах	20	8	12	0
4	Матроиды. Жадный алгоритм	12	6	6	0
5	Сложность задач и приближенные алгоритмы	6	6	0	0
6	Графовые нейронные сети и методы ИИ для дискретной оптимизации и задач маршрутизации»	10	4	6	0

5.1. Лекции

№ лекции	№ раздела	Наименование или краткое содержание лекционного занятия	Кол-во часов
1	1	Понятие оптимизации, классификация задач. Отличия дискретной оптимизации от непрерывной. Основные классы и типы задач дискретной оптимизации.	2
2	2	Теорема Холла. Теорема Пуанкаре. Дополняемость латинских прямоугольников до латинских квадратов.	2
3	2	Теорема Кенига – Эгервари. Дважды стохастические матрицы. Рёберно-хроматическое число графа. Теорема Визинга.	2
4	2	Теорема Дилворта. Двойственная теорема. Их приложения к различным задачам.	2
5-6	3	Задачи о двудольных графах: нахождение наибольшего паросочетания и наименьшего вершинного покрытия.	4
7-8	3	Венгерский алгоритм решения задачи о назначениях; задача о назначениях на узкое место.	4
9-10	4	Матроиды: основные определения; двойственность; ранговая функция; жадный алгоритм; применение в задачах планирования эксперимента.	4

11	4	Трансверсальный матроид; общие трансверсали.	2
12-13	5	Сложность задач и алгоритмов: классы P и NP; полиномиальное сведение. NP-полные задачи, сведение их друг к другу	4
14	5	Приближенные алгоритмы: основные понятия; алгоритм Кристофидеса решения задачи коммивояжера	2
15	6	Графовые нейронные сети (GNN): архитектуры и применение. Методы метаэвристики на основе ИИ для дискретной оптимизации.	2
16	6	Мастер-класс от индустриального партнёра: Маршрутизация, оптимизация на графах с ИИ	2

5.2. Практические занятия, семинары

№ занятия	№ раздела	Наименование или краткое содержание практического занятия, семинара	Кол-во часов
1-2	2	Теоремы Холла, Кёнига-Эгервари, Дилворта.	4
3-4	2	Лемма Шпернера. Пополнение латинских квадратов.	4
5	3	Задачи о двудольных графах: нахождение наибольшего паросочетания и наименьшего вершинного покрытия.	2
6-7	3	Венгерский алгоритм решения задачи о назначениях; задача о назначениях на узкое место.	4
8	3	Алгоритмы нахождения минимального стягивающего дерева	2
9-10	3	Алгоритмы на ориентированных графах	4
11	4	Представимые матроиды	2
12-13	4	Графические матроиды. Матроиды Фано и Вамоса.	4
14-15	6	Графовые нейронные сети (GNN) и современные методы ИИ в оптимизации. Архитектура GNN.	4
16	6	Кейс от индустриального партнёра: Исследование реальных приложений (пример решения задач маршрутизации).	2

5.3. Лабораторные работы

Не предусмотрены

5.4. Самостоятельная работа студента

Выполнение СРС			
Подвид СРС	Список литературы (с указанием разделов, глав, страниц) / ссылка на ресурс	Семестр	Кол-во часов
Подготовка к экзамену	"ПУМД, осн. лит., 1"; "ПУМД, осн. лит., 2"; "ПУМД, осн. лит., 3"; "ПУМД, осн. лит., 4"; "ПУМД, доп. лит., 1"; "ПУМД, доп. лит., 2, гл. 3"; "ЭУМД, 1"; "ЭУМД, 2";	5	7,5
Подготовка к хакатону	"ПУМД, осн. лит., 1"; "ПУМД, осн. лит., 2"; "ПУМД, осн. лит., 3"; "ПУМД, осн. лит., 4"; "ПУМД, доп. лит., 1"; "ПУМД, доп. лит., 2, гл. 3"; "ЭУМД, 1"; "ЭУМД, 2"; "ЭУМД, 3"	5	10
Подготовка к контрольным работам 1-2	ПУМД, осн. лит., 1; ПУМД, осн. лит., 2; "ЭУМД, 1, гл. 1, 2"; "ЭУМД, 2, гл. 1, 2"	5	8

Подготовка к кейс-заданию	"ЭУМД, 2"; "ЭУМД, 3"	5	10
---------------------------	----------------------	---	----

6. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации

Контроль качества освоения образовательной программы осуществляется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе оценивания результатов учебной деятельности обучающихся.

6.1. Контрольные мероприятия (КМ)

№ КМ	Се-местр	Вид контроля	Название контрольного мероприятия	Вес	Макс. балл	Порядок начисления баллов	Учитывается в ПА
1	5	Текущий контроль	Контрольная работа №1	1	4	4 балла: решены правильно 4 задачи; 3 балла: решены правильно 3 задачи; 2 балла: решены правильно 2 задачи; 1 балл: решены правильно 1 задачи; 0 баллов: все задачи решены не правильно.	экзамен
2	5	Текущий контроль	Контрольная работа №2	1	4	4 балла: решены правильно 4 задачи; 3 балла: решены правильно 3 задачи; 2 балла: решены правильно 2 задачи; 1 балл: решены правильно 1 задачи; 0 баллов: все задачи решены не правильно.	экзамен
3	5	Текущий контроль	Кейс-задание	1	10	10 баллов: представлено полное и глубокое решение, все этапы выполнены, GNN и ИИ применены корректно, результаты подтверждены, презентация/отчёт структурированы и понятны. 9 баллов: решение почти полное, все этапы выполнены, GNN и ИИ применены, результаты подтверждены, презентация/отчёт понятны, но есть небольшие недочёты. 8 баллов: основные этапы выполнены, GNN и ИИ применены, результаты подтверждены, презентация/отчёт понятны, но есть несколько недостатков. 7 баллов: представлено решение, но есть ошибки в применении GNN или ИИ, или не хватает деталей в отчёте/презентации, рекомендации поверхностные. 6 баллов: основная часть выполнена, но GNN или ИИ применены не полностью, отчёт/презентация неполные, рекомендации отсутствуют. 5 баллов: представлено частичное решение: есть идея и попытка	экзамен

						<p>применения GNN или ИИ, но результаты не подтверждены, отчёт/презентация слабые.</p> <p>4 балла: решение неполное, есть описание задачи и попытка применения GNN или ИИ, но без результатов или анализа.</p> <p>3 балла: представлена попытка решения, описаны основные этапы, но без применения GNN или ИИ, отчёт/презентация минимальные.</p> <p>2 балла: представлено только описание задачи, без применения GNN или ИИ, отчёт/презентация отсутствуют.</p> <p>1 балл: работа не выполнена или сдана без содержания.</p> <p>0 баллов: работе не сдана</p>	
5	5	Текущий контроль	Хакатон : Дискретная оптимизация и маршрутизация с ИИ"	1	15	<p>1. Качество решения (3 балла) Оптимальность: Насколько близко полученное решение к теоретическому оптимуму или лучшему известному решению. Точность: Корректность расчётов и соответствие решения поставленным ограничениям и условиям задачи. Устойчивость: Способность решения работать на разных наборах данных и при изменении параметров.</p> <p>2. Эффективность (3 балла) Время работы: Скорость выполнения алгоритма и время получения результата. Масштабируемость: Возможность решения задачи на больших объёмах данных или при увеличении сложности графа.</p> <p>Ресурсоёмкость: Эффективность использования вычислительных ресурсов (память, процессор).</p> <p>3. Инновационность подхода (3 балла) Применение современных методов: Использование графовых нейронных сетей (GNN), метаэвристик (генетические алгоритмы, муравьиные колонии, эволюционные стратегии) и других передовых методов ИИ. Гибридные решения: Комбинирование различных подходов для улучшения качества и эффективности. Оригинальность: Нестандартные идеи, новые интерпретации задачи или необычные способы применения методов.</p> <p>4. Качество презентации и отчёта (3 балла) Ясность изложения и визуализация:</p>	экзамен

						<p>Логичность структуры, доступность объяснений, отсутствие ошибок, наличие графиков, схем, диаграмм, демонстрирующих работу алгоритма и результаты.</p> <p>Обоснованность: Чёткое обоснование выбора методов, аргументация решений и выводов.</p> <p>Полнота: Описание всех этапов работы, включая постановку задачи, выбор методов, реализацию и анализ результатов.</p> <p>5. Коллаборация и распределение ролей (3 балла)</p> <p>Работа в команде: Эффективное распределение задач между участниками, взаимодействие и координация.</p> <p>Роль каждого участника: Чёткое описание вклада каждого члена команды в проект.</p> <p>Коммуникация: Способность команды представлять и защищать проект перед жюри.</p>	
6	5	Промежуточная аттестация	Экзамен	-	3	В билете 2 вопроса теоретических и 1 задача. За верное выполнение каждого задания начисляется 1 балл.	экзамен

6.2. Процедура проведения, критерии оценивания

Вид промежуточной аттестации	Процедура проведения	Критерии оценивания
экзамен	Прохождение контрольного мероприятия промежуточной аттестации не является обязательным. Экзамен может быть выставлен по баллам текущего контроля. Студент может повысить свой рейтинг на экзамене. Экзамен проводится в письменной форме: в каждом билете 2 теоретических вопроса и 1 задача.	В соответствии с пп. 2.5, 2.6 Положения

6.3. Паспорт фонда оценочных средств

Компетенции	Результаты обучения	№ КМ				
		1	2	3	5	6
ОПК-3	Знает: основные понятия сложности алгоритмов			+	+	+
ОПК-3	Умеет: использовать классические методы решения задач дискретной оптимизации (ветвей и границ, локального поиска, эвристических методов)	+	+	+	+	+
ОПК-3	Имеет практический опыт: классификации дискретных задач по их сложности и подбора подходящих методов их решения	+	+	+	+	+

Типовые контрольные задания по каждому мероприятию находятся в приложениях.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Печатная учебно-методическая документация

а) основная литература:

1. Вся высшая математика : Учеб. для вузов . Т. 7 / М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко и др.. - М. : КомКнига : URSS, 2006. - 203 с.
2. Эвнин А. Ю. Элементы дискретной оптимизации : учеб. пособие по специальности "Приклад. математика" и др. / А. Ю. Эвнин ; Юж.-Урал. гос. ун-т, Каф. Приклад. математика ; ЮУрГУ. - Челябинск : Издательский Центр ЮУрГУ, 2012. - 91, [1] с. : ил.. URL:
http://www.lib.susu.ac.ru/ftd?base=SUSU_METHOD&key=000499339
3. Эвнин А. Ю. Элементарное введение в матроиды : Учеб. пособие / А. Ю. Эвнин; Юж.-Урал. гос. ун-т, Каф. Приклад. математика; ЮУрГУ. - Челябинск : Издательство ЮУрГУ, 2004. - 40 с.. URL:
http://www.lib.susu.ac.ru/ftd?base=SUSU_METHOD&key=000290638
4. Эвнин А. Ю. Вокруг теоремы Холла : 57 упражнений с ответами и решениями : учеб. пособие для мат. специальностей ун-тов / А. Ю. Эвнин. - 2-е изд., перераб. и доп.. - М. : URSS : ЛИБРОКОМ, 2012. - 87 с.

б) дополнительная литература:

1. Белоусов А. И. Дискретная математика : Учеб. для вузов / А. И. Белоусов, С. Б. Ткачев; Под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко. - М. : Издательство МГТУ, 2001. - 743 с.
2. Эвнин А. Ю. Дискретная математика : конспект лекций / А. Ю. Эвнин ; Юж.-Урал. гос. ун-т, Каф. Приклад. математика ; ЮУрГУ. - Челябинск : Издательство ЮУрГУ, 1998. - 176 с. : ил.. URL:
http://www.lib.susu.ac.ru/ftd?base=SUSU_METHOD&key=000150855

в) отечественные и зарубежные журналы по дисциплине, имеющиеся в библиотеке:

Не предусмотрены

г) методические указания для студентов по освоению дисциплины:

1. Элементы дискретной оптимизации
2. Индивидуальные задания по дискретной математике

из них: учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента:

1. Элементы дискретной оптимизации
2. Индивидуальные задания по дискретной математике

Электронная учебно-методическая документация

№	Вид литературы	Наименование ресурса в электронной форме	Библиографическое описание
1	Основная литература	ЭБС издательства Лань	Эвнин, А. Ю. Элементы дискретной оптимизации : учебное пособие / А. Ю. Эвнин. — Челябинск : ЮУрГУ, 2012. — 92 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/162123 (дата обращения: 05.12.2025). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2	Основная	ЭБС	Овчинников, В. А. Модели и методы дискретной оптимизации.

	литература	издательства Лань	Модули 1 и 2 : учебник / В. А. Овчинников. — Москва : МГТУ им. Баумана, 2019. — 278 с. — ISBN 978-5-7038-5105-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/205067 (дата обращения: 05.12.2025). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3	Дополнительная литература	eLIBRARY.RU	Рудикова-Фронхёфер Л.В., Игнатенко Н.И. Применение графовых нейронных сетей при оценке и прогнозировании пассажиропотока и транспортного трафика в городских условиях // Сборник научных трудов. — Гродно, 2024. — № 1. — С. 45–52. — URL: https://elibrary.ru/download/elibrary_48829311_12266976.pdf

Перечень используемого программного обеспечения:

1. Embarcadero-C++ Builder 10 Seattle Professional Architect(бессрочно)
2. Python Software Foundation-Python (бессрочно)

Перечень используемых профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

1. -База данных ВИНТИ РАН(бессрочно)

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Вид занятий	№ ауд.	Основное оборудование, стенды, макеты, компьютерная техника, предустановленное программное обеспечение, используемое для различных видов занятий
Практические занятия и семинары	340а (3б)	компьютеры, проектор, доска
Лекции	336 (3б)	проектор, компьютер