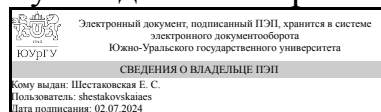


ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ:
Руководитель направления



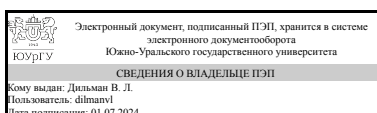
Е. С. Шестаковская

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

дисциплины ФД.02 Функциональный анализ
для направления 01.03.03 Механика и математическое моделирование
уровень Бакалавриат
форма обучения очная
кафедра-разработчик Математический анализ и методика преподавания математики

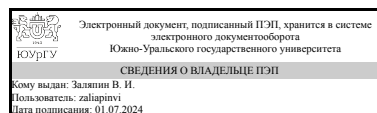
Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.03 Механика и математическое моделирование, утверждённым приказом Минобрнауки от 10.01.2018 № 10

Зав.кафедрой разработчика,
д.физ.-мат.н., доц.



В. Л. Дильман

Разработчик программы,
к.физ.-мат.н., доц., профессор



В. И. Заляпин

1. Цели и задачи дисциплины

Сформировать у слушателя понимание обобщенного подхода к основным понятиям и методам элементарных глав математического анализа и смежных областей алгебры и геометрии. С единой точки зрения изучить различные проблемы из специальных аналитических дисциплин (анализа, алгебры, дифференциальных уравнений, вариационного исчисления) и установить связи между далекими на первый взгляд математическими теориями и тем самым способствовать более глубокому пониманию основных математических конструкций.

Краткое содержание дисциплины

Метрические пространства; открытые и замкнутые множества; компактные множества в метрических пространствах; критерий Хаусдорфа; полнота и пополнение; теорема о стягивающих шарах; принцип сжимающих отображений; топологические пространства; примеры. Множества, алгебра множеств; мощность, счетные и континуальные множества. Линейные пространства. Линейные комбинации. Зависимость. Размерность. Определение линейного нормированного пространства; примеры норм; банаховы пространства; сопряженное пространство, его полнота; теорема Хана – Банаха о продолжении линейного функционала; общий вид линейных функционалов в некоторых банаховых пространствах; линейные операторы; норма оператора; сопряженный оператор; принцип равномерной ограниченности; обратный оператор; спектр и резольвента; теорема Банаха об обратном операторе; компактные операторы; компактность интегральных операторов; Скалярное произведение; неравенство Коши – Буняковского – Шварца; ортогональные системы; неравенство Бесселя; базисы и гильбертова размерность; теорема об изоморфизме, ортогональное дополнение; общий вид линейного функционала; самосопряженные (эрмитовы) и унитарные операторы; ортопроекторы; спектр эрмитова и унитарного оператора; функциональное исчисление; приведение оператора к виду умножения на функцию; спектральная теорема;

2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Планируемые результаты освоения ОП ВО (компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-1 Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности	Знает: структуру функциональных пространств и операторов, структуру функционалов, свойства инвариантности основных функциональных структур Умеет: анализировать конкретные функциональные пространства, строить ортонормированные базисы в гильбертовых пространствах, вычислять интегралы Лебега, устанавливать изоморфизм различных конкретных пространств Имеет практический опыт: исследования операторов и функционалов в гильбертовых пространствах, дифференциальных операторов, интегральных уравнений

3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Перечень предшествующих дисциплин, видов работ учебного плана	Перечень последующих дисциплин, видов работ
1.О.28 Комплексный анализ, 1.О.16 Дифференциальные уравнения, 1.О.13 Дополнительные главы математического анализа, 1.О.14 Математический анализ, 1.О.20 Линейная алгебра и аналитическая геометрия	Не предусмотрены

Требования к «входным» знаниям, умениям, навыкам студента, необходимым при освоении данной дисциплины и приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин:

Дисциплина	Требования
1.О.20 Линейная алгебра и аналитическая геометрия	Знает: основные положения и методологию линейной алгебры и аналитической геометрии, простейшие приложения алгебры и геометрии в профессиональных дисциплинах Умеет: решать типовые задачи линейной алгебры и аналитической геометрии, решать алгебраические уравнения, системы уравнений и другие классические задачи линейной алгебры Имеет практический опыт: использования теории матриц и их определителей при решении типовых и прикладных задач, использования основных методов линейной алгебры и аналитической геометрии при практических задачах
1.О.14 Математический анализ	Знает: объекты, понятия, теоремы и методы математического анализа, основные понятия и методы дифференциального и интегрального исчисления Умеет: решать задачи и упражнения математического анализа на основе знания понимания утверждений и методов математического анализа Имеет практический опыт: решения содержательных и прикладных задач, требующих знания утверждений и методов математического анализа, решения прикладных задач с использованием методов математического анализа
1.О.16 Дифференциальные уравнения	Знает: основные понятия теории дифференциальных уравнений, формулировки теорем и методы их доказательства Умеет: решать классические задачи дифференциальных уравнений Имеет практический опыт: применения математического аппарата дифференциальных уравнений к решению прикладных задач
1.О.28 Комплексный анализ	Знает: основные понятия и теоремы теории функции комплексной переменной Умеет: применять навыки дифференцирования и

	интегрирования функции комплексной переменной, формулировать основные идеи доказательства утверждения Имеет практический опыт: применения методов теории функций комплексной переменной, различных приемов доказательств утверждений
1.О.13 Дополнительные главы математического анализа	Знает: конструкции криволинейных и поверхностных интегралов, принципы исследования числовых и функциональных рядов Умеет: вычислять криволинейные и поверхностные интегралы, применять интегральные конструкции для решения прикладных задач, исследовать сходимость рядов, строить разложения функций в ряд Имеет практический опыт: применения основных теорем векторного анализа

4. Объём и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 ч., 54,25 ч. контактной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах
		Номер семестра
		6
Общая трудоёмкость дисциплины	108	108
<i>Аудиторные занятия:</i>	48	48
Лекции (Л)	32	32
Практические занятия, семинары и (или) другие виды аудиторных занятий (ПЗ)	16	16
Лабораторные работы (ЛР)	0	0
<i>Самостоятельная работа (СРС)</i>	53,75	53,75
Освоение основных теоретических положений и конструкций. Работа с учебником	16	16
Освоение практической части курса. Выполнение текущих заданий	30	30
Подготовка к зачету	7,75	7.75
Консультации и промежуточная аттестация	6,25	6,25
Вид контроля (зачет, диф.зачет, экзамен)	-	зачет

5. Содержание дисциплины

№ раздела	Наименование разделов дисциплины	Объем аудиторных занятий по видам в часах			
		Всего	Л	ПЗ	ЛР
1	Метрические пространства	14	8	6	0
2	Линейные пространства. Нормированные пространства.	8	6	2	0
3	Пространства со скалярным произведением	8	6	2	0
4	Отображения. Операторы и функционалы	12	8	4	0

5	Элементы спектральной теории	6	4	2	0
---	------------------------------	---	---	---	---

5.1. Лекции

№ лекции	№ раздела	Наименование или краткое содержание лекционного занятия	Кол-во часов
1-2	1	Метрические пространства; открытые и замкнутые множества; сходимость в метрических пространствах Полнота и пополнение; теорема о вложенных шарах Счетные и несчетные множества. Сепарабельные метрические пространства. Принцип сжимающих отображений; Непрерывные отображения метрических пространств. Компактные множества в метрических пространствах; критерий Хаусдорфа.	4
3-4	1	Компактность. Компактные множества в метрических пространствах; критерий Хаусдорфа. Критерии компактности. Полнота. Сепарабельность. Пополнение метрических пространств. Теорема Боля-Брауэра. Теорема Шаудера	4
5-6-7	2	Линейные векторные пространства. Линейная зависимость. Размерность. Понятие о базисе. Базис в конечномерных и бесконечномерных пространствах. Базис Гамеля. Базис Шаудера. Линейные нормированные пространства. Неравенства Гельдера и Минковского. Банаховы пространства. Примеры.	6
8-9-10	3	Скалярное произведение в линейных пространствах. Неравенство Коши-Буняковского-Шварца. Евклидовы, унитарные и гильбертовы пространства. Примеры. Ортонормированные базисы в гильбертовых пространствах. Существование ортонормированного базиса в сепарабельном гильбертовом пространстве. Процедура ортогонализации. Ряды Фурье. Неравенство Бесселя. Полнота и замкнутость ортогональных систем. Равенство Парсеваля. Базис Шаудера в сепарабельных гильбертовых пространствах. Наилучшие приближения в гильбертовых пространствах.	6
11-12	4	Линейные операторы. Непрерывность и ограниченность. Норма линейного оператора. Пространство линейных операторов. Точечная и равномерная сходимость последовательности линейных операторов. Теорема Банаха-Штейнгауза. Обратные операторы. Условия обратимости и непрерывной обратимости линейного оператора. Теорема Банаха об обратном операторе.	4
13-14	4	Линейные функционалы. Теорема Хана-Банаха. Общий вид линейных непрерывных функционалов в некоторых конкретных нормированных пространствах. Сопряженные пространства и сопряженные операторы. Ограниченность сопряженного оператора.	4
15-16	5	Введение в спектральную теорию. Конечномерные операторы. Вполне непрерывные операторы. Спектр и резольвента. Введение в спектральную теорию. Самосопряженные операторы. Спектральные свойства самосопряженных операторов.	4

5.2. Практические занятия, семинары

№ занятия	№ раздела	Наименование или краткое содержание практического занятия, семинара	Кол-во часов
1	1	Числовые множества. Мощность числовых множеств. Счетность множеств, . Несчетность промежутка $[0;1]$ и . Непосредственное установление эквивалентности точечных множеств.	2
2-3	1	Примеры метрических пространств; открытые и замкнутые множества; сходимость в метрических пространствах Полные метрические	4

		пространства. Счетные и несчетные множества. Сепарабельные метрические пространства	
4	2	Линейные пространства. Базисы. Координаты. Канонический изоморфизм конечномерных пространств. Нормированные пространства. Пополнение по норме. Банаховы пространства	2
5	3	Скалярное произведение. Ортогональность. Базисы и координаты в сепарабельных гильбертовых пространствах. Ортогонализация Шмидта.	2
6-7	4	Линейные операторы. Непрерывность и ограниченность. Норма линейного оператора. Обратные операторы. Свойства обратных операторов. Линейные функционалы в нормированных пространствах. Непрерывность и ограниченность. Общий вид линейного функционала в евклидовых (унитарных) пространствах.	4
8	5	Сопряженные пространства и сопряженные операторы.	2

5.3. Лабораторные работы

Не предусмотрены

5.4. Самостоятельная работа студента

Выполнение СРС			
Подвид СРС	Список литературы (с указанием разделов, глав, страниц) / ссылка на ресурс	Семестр	Кол-во часов
Освоение основных теоретических положений и конструкций. Работа с учебником	Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. гл.1, с. 11-53, гл.2, с.57-77, гл.3, с.122-161, гл.4, с. 173-196, гл.6, с. 261-268. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. гл.1, §1,2,3, гл.2. §1,2,3,7, гл.3, §1, 3,4, гл.4. §1,2,5,6	6	16
Освоение практической части курса. Выполнение текущих заданий	Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. гл.1, с. 11-53, гл.2, с.57-77, гл.3, с.122-161, гл.4, с. 173-196, гл.6, с. 261-268. Треногин В.А. Функциональный анализ. , гл.1, §§1-6, гл.3, §§10-15	6	30
Подготовка к зачету	Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. гл.1, с. 11-53, гл.2, с.57-77, гл.3, с.122-161, гл.4, с. 173-196, гл.6, с. 261-268. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. гл.1, §1,2,3, гл.2. §1,2,3,7, гл.3, §1, 3,4, гл.4. §1,2,5,6	6	7,75

6. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации

Контроль качества освоения образовательной программы осуществляется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе оценивания результатов учебной деятельности обучающихся.

6.1. Контрольные мероприятия (КМ)

№ КМ	Се-местр	Вид контроля	Название контрольного мероприятия	Вес	Макс. балл	Порядок начисления баллов	Учитывается в ПА
1	6	Текущий контроль	Элементы теории множеств	10	10	Всего в задании 10 обязательных задач. Количество баллов от 0 до 10 определяется количеством правильно и в срок решенных задач.	зачет
2	6	Текущий контроль	Метрические пространства-1	10	10	Всего в задании 10 обязательных задач. Количество баллов от 0 до 10 определяется количеством правильно и в срок решенных задач.	зачет
3	6	Текущий контроль	Метрические пространства-2	10	10	Всего в задании 10 обязательных задач. Количество баллов от 0 до 10 определяется количеством правильно и в срок решенных задач.	зачет
4	6	Текущий контроль	Линейные нормированные пространства.	10	10	Всего в задании 10 обязательных задач. Количество баллов от 0 до 10 определяется количеством правильно и в срок решенных задач.	зачет
5	6	Текущий контроль	Пространства со скалярным произведением.	10	10	Всего в задании 10 обязательных задач. Количество баллов от 0 до 10 определяется количеством правильно и в срок решенных задач.	зачет
6	6	Текущий контроль	Линейные операторы и функционалы.	10	30	Баллы за задание начисляются по результатам устного собеседования и письменной контрольной работы: 0 - отсутствует ответ на поставленные вопросы, 5 - верно решены и объяснены 2 задачи, из предложенных для решения, 10 - верно решены и объяснены 3 задачи, из предложенных для решения, 15 - верно решены и объяснены 4 задачи, из предложенных для решения, 20 - верно решены и объяснены 5 задач, из предложенных для решения, 25 - верно решены и объяснены 6 задач, из предложенных для решения, 30 - верно решены и объяснены 7 задач, из предложенных для решения.	зачет
7	6	Бонус	Другие заслуги	-	15	За участие в конференциях, совещаниях, олимпиадах и т.п. начисляется от 0% до 15%, в зависимости от уровня успешности участия в мероприятии.	зачет
8	6	Промежуточная аттестация	зачет	-	100	Зачетное задание содержит 7 задач, каждая из которых приносит студенту от 0 до 20 баллов: 0 - задача не решена, 10 - предложен, но не реализован, путь решения задачи, 15 - предложен путь решения задачи, реализованный с ошибками, 20 - задача решена верно. Сдающему зачет предлагается решить на	зачет

						выбор любые 5 из предложенных 7 задач.	
--	--	--	--	--	--	--	--

6.2. Процедура проведения, критерии оценивания

Вид промежуточной аттестации	Процедура проведения	Критерии оценивания
зачет	Зачет реализуется в форме письменной контрольной работы, на которую отводится 2 акад. часа. Результаты контрольной работы учитываются в итоговой оценке за курс. Возможно получение зачета без прохождения зачетной процедуры согласно положению о БРС ЮУрГУ.	В соответствии с пп. 2.5, 2.6 Положения

6.3. Паспорт фонда оценочных средств

Компетенции	Результаты обучения	№ КМ							
		1	2	3	4	5	6	7	8
ОПК-1	Знает: структуру функциональных пространств и операторов, структуру функционалов, свойства инвариантности основных функциональных структур	+			+				+
ОПК-1	Умеет: анализировать конкретные функциональные пространства, строить ортонормированные базисы в гильбертовых пространствах, вычислять интегралы Лебега, устанавливать изоморфизм различных конкретных пространств		+			+			+
ОПК-1	Имеет практический опыт: исследования операторов и функционалов в гильбертовых пространствах, дифференциальных операторов, интегральных уравнений			+			+	+	+

Типовые контрольные задания по каждому мероприятию находятся в приложениях.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Печатная учебно-методическая документация

а) основная литература:

1. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа Учеб. для мат. спец. ун-тов. - 6-е изд., испр. - М.: Наука, 1989. - 623 с. ил.

б) дополнительная литература:

1. Треногин, В. А. Задачи и упражнения по функциональному анализу Текст В. А. Треногин, Б. М. Писаревский, Т. С. Соболева. - М.: Наука, 1984. - 256 с.
2. Люстерник, Л. А. Элементы функционального анализа Л. А. Люстерник, В. И. Соболев. - 2-е изд., перераб. - М.: Наука, 1965. - 520 с. черт.

в) отечественные и зарубежные журналы по дисциплине, имеющиеся в библиотеке:

1. Функциональный анализ и его приложения,
<http://www.mathnet.ru/faa>

г) методические указания для студентов по освоению дисциплины:

1. Бескачко В.П., Заляпин В.И. Математические основы квантовой механики
2. М.Л. Катков, Л.В. Матвеева, Л.Д. Менихес. Сборник задач по функциональному анализу. Изд. ЮУрГУ, Челябинск, 1999

из них: учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента:

1. Бескачко В.П., Заляпин В.И. Математические основы квантовой механики

Электронная учебно-методическая документация

№	Вид литературы	Наименование ресурса в электронной форме	Библиографическое описание
1	Основная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа. [Электронный ресурс] / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2009. — 572 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/book/2206 — Загл. с экрана.
2	Основная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Треногин, В.А. Функциональный анализ. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2007. — 488 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/book/59471
3	Дополнительная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Треногин, В.А. Задачи и упражнения по функциональному анализу. [Электронный ресурс] / В.А. Треногин, Б.М. Писаревский, Т.С. Соболева. — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2005. — 240 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/book/2342

Перечень используемого программного обеспечения:

Нет

Перечень используемых профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

Нет

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Не предусмотрено