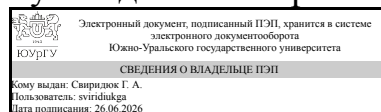


# ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ:  
Руководитель направления



Г. А. Свиридюк

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

**дисциплины** 1.О.07 Линейный и нелинейный функциональный анализ  
**для направления** 01.04.01 Математика

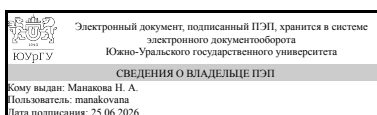
**уровень** Магистратура

**форма обучения** очная

**кафедра-разработчик** Уравнения математической физики

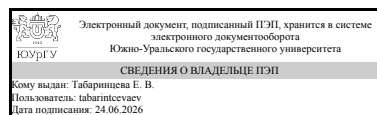
Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.01 Математика, утверждённым приказом Минобрнауки от 10.01.2018 № 12

Зав.кафедрой разработчика,  
д.физ.-мат.н., проф.



Н. А. Манакова

Разработчик программы,  
к.физ.-мат.н., доц., доцент



Е. В. Табаринцева

## 1. Цели и задачи дисциплины

- познакомить студентов с классическими результатами и методами функционального анализа -дать представление о понятиях и методах функционального анализа, которые используются в приложениях

## Краткое содержание дисциплины

Метрические пространства. Полнота, компактность. Принцип сжимающих отображений. Линейные нормированные пространства. Линейные операторы в линейных нормированных пространствах. Пространство линейных непрерывных операторов. Норма линейного непрерывного оператора. Основные принципы линейного анализа: теорема Банаха-Штейнгауза, теорема Хана-Банаха, теорема Банаха об обратном операторе. Спектр линейного непрерывного оператора. Компактные операторы, примеры. Теоремы Фредгольма. Примеры: интегральные операторы, интегральные уравнения.

## 2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

| Планируемые результаты освоения ОП ВО (компетенции)                             | Планируемые результаты обучения по дисциплине                                                                                                                                                                         |
|---------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1 Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики | Знает: основные понятия линейного и нелинейного функционального анализа<br>Умеет: решать задачи, требующие навыков абстрактного мышления<br>Имеет практический опыт: владения эффективными методами анализа и синтеза |

## 3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

| Перечень предшествующих дисциплин, видов работ учебного плана | Перечень последующих дисциплин, видов работ                                                                                 |
|---------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Нет                                                           | Учебная практика (научно-исследовательская работа, получение первичных навыков научно-исследовательской работы) (2 семестр) |

Требования к «входным» знаниям, умениям, навыкам студента, необходимым при освоении данной дисциплины и приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин:

Нет

## 4. Объём и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 з.е., 144 ч., 74,5 ч. контактной работы

| Вид учебной работы | Всего часов | Распределение по семестрам в часах |
|--------------------|-------------|------------------------------------|
|--------------------|-------------|------------------------------------|

|                                                                            |      | Номер семестра |
|----------------------------------------------------------------------------|------|----------------|
|                                                                            |      | 1              |
| Общая трудоёмкость дисциплины                                              | 144  | 144            |
| Аудиторные занятия:                                                        | 64   | 64             |
| Лекции (Л)                                                                 | 32   | 32             |
| Практические занятия, семинары и (или) другие виды аудиторных занятий (ПЗ) | 32   | 32             |
| Лабораторные работы (ЛР)                                                   | 0    | 0              |
| Самостоятельная работа (СРС)                                               | 69,5 | 69,5           |
| Подготовка к контрольным работам                                           | 24   | 24             |
| Подготовка к экзамену                                                      | 13,5 | 13,5           |
| Самостоятельное изучение дополнительных вопросов курса                     | 22   | 22             |
| Самостоятельное решение задач                                              | 10   | 10             |
| Консультации и промежуточная аттестация                                    | 10,5 | 10,5           |
| Вид контроля (зачет, диф.зачет, экзамен)                                   | -    | экзамен        |

## 5. Содержание дисциплины

| № раздела | Наименование разделов дисциплины                               | Объем аудиторных занятий по видам в часах |    |    |    |
|-----------|----------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|----|----|----|
|           |                                                                | Всего                                     | Л  | ПЗ | ЛР |
| 1         | Метрические пространства и линейные нормированные пространства | 24                                        | 12 | 12 | 0  |
| 2         | Мера и интеграл Лебега. Пространства суммируемых функций.      | 16                                        | 8  | 8  | 0  |
| 3         | Линейные операторы в нормированных пространствах               | 24                                        | 12 | 12 | 0  |

### 5.1. Лекции

| № лекции | № раздела | Наименование или краткое содержание лекционного занятия                                                                        | Кол-во часов |
|----------|-----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| 1        | 1         | Метрические пространства. Полнота метрических пространств. Принцип вложенных шаров.                                            | 2            |
| 2        | 1         | Непрерывные отображения метрических пространств. Принцип сжимающих отображений.                                                | 2            |
| 3        | 1         | Компактные множества в метрических пространствах. Критерии компактности.                                                       | 2            |
| 4        | 1         | Линейные нормированные пространства, примеры. Подпространства, базис. Лемма о почти перпендикуляре.                            | 4            |
| 5        | 1         | Гильбертовы пространства. Теорема об ортогональном разложении.                                                                 | 2            |
| 12       | 2         | Мера Лебега, свойства измеримых множеств                                                                                       | 2            |
| 13       | 2         | Измеримые функции, свойства измеримых функций                                                                                  | 2            |
| 14       | 2         | Интеграл Лебега. Свойства интеграла, теоремы о предельном переходе под знаком интеграла.                                       | 2            |
| 15       | 2         | Пространства суммируемых функций                                                                                               | 2            |
| 6        | 3         | Линейные операторы в линейных нормированных пространствах. Непрерывность и ограниченность. Норма оператора.                    | 2            |
| 7        | 3         | Пространство линейных непрерывных операторов. Сопряженное пространство. Поточечная и равномерная сходимость последовательности | 2            |

|    |   |                                                                                                                   |   |
|----|---|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
|    |   | линейных операторов.                                                                                              |   |
| 8  | 3 | Теорема Банаха-Штейнгауза                                                                                         | 2 |
| 9  | 3 | Линейные функционалы. Геометрический смысл линейного непрерывного функционала. Теорема Хана-Банаха и ее следствия | 2 |
| 10 | 3 | Обратный оператор. Теорема Банаха об обратном операторе. Линейные операторные уравнения.                          | 2 |
| 11 | 3 | Спектр линейного непрерывного оператора                                                                           | 2 |

## 5.2. Практические занятия, семинары

| № занятия | № раздела | Наименование или краткое содержание практического занятия, семинара                                                                     | Кол-во часов |
|-----------|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| 1         | 1         | Метрические пространства., сходимость в метрических пространствах.                                                                      | 2            |
| 2         | 1         | Полнота метрических пространств, примеры полных и не полных пространств                                                                 | 4            |
| 3         | 1         | Компактные множества в метрических пространствах. Критерии компактности в конкретных пространствах.                                     | 2            |
| 4         | 1         | Непрерывные отображения метрических пространств. Принцип сжимающих отображений.                                                         | 2            |
| 5         | 1         | Линейные нормированные пространства. Примеры, сравнение норм.                                                                           | 2            |
| 6         | 2         | Мера Лебега, измеримые множества                                                                                                        | 2            |
| 7         | 2         | Измеримые функции, свойства измеримых функций. Сходимость последовательности измеримых функций почти всюду и по мере.                   | 2            |
| 8         | 2         | Интеграл Лебега, свойства интегрируемых функций. Предельный переход под знаком интеграла.                                               | 2            |
| 9         | 2         | Пространства суммируемых функций. Сходимость в среднем и среднем квадратичном.                                                          | 2            |
| 10        | 3         | Линейные операторы в нормированных пространствах. Непрерывность и ограниченность. Норма оператора.                                      | 2            |
| 11        | 3         | Поточечная и равномерная сходимость последовательности линейных операторов.                                                             | 2            |
| 12        | 3         | Линейные функционалы. Продолжение линейного функционала. Теорема Хана-Банаха.. Геометрический смысл линейного непрерывного функционала. | 4            |
| 13        | 3         | Обратный оператор, критерии обратимости.                                                                                                | 2            |
| 14        | 3         | Спектр линейного непрерывного оператора. Классификация точек спектра.                                                                   | 2            |

## 5.3. Лабораторные работы

Не предусмотрены

## 5.4. Самостоятельная работа студента

| Выполнение СРС                   |                                                                                            |         |              |
|----------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|---------|--------------|
| Подвид СРС                       | Список литературы (с указанием разделов, глав, страниц) / ссылка на ресурс                 | Семестр | Кол-во часов |
| Подготовка к контрольным работам | ПУМД основная п.п. 1; ПУМД дополнительная п.п. 1, 6 ЭУМД методические указания для СРС п.1 | 1       | 24           |
| Подготовка к экзамену            | ПУМД основная п.5; ПУМД                                                                    | 1       | 13,5         |

|                                                        |                                                                               |   |    |
|--------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|---|----|
|                                                        | дополнительная п. 3                                                           |   |    |
| Самостоятельное изучение дополнительных вопросов курса | ПУМД основная п.п. 2-4; ПУМД дополнительная п.п. 3-5; ЭУМД дополнительная п.2 | 1 | 22 |
| Самостоятельное решение задач                          | ПУМД дополнительная п.п. 2,6 ЭУМД методические указания для СРС п.1           | 1 | 10 |

## 6. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации

Контроль качества освоения образовательной программы осуществляется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе оценивания результатов учебной деятельности обучающихся.

### 6.1. Контрольные мероприятия (КМ)

| № КМ | Се-местр | Вид контроля     | Название контрольного мероприятия                                        | Вес | Макс. балл | Порядок начисления баллов                                                                                                                                                                                                                                                   | Учитывается в ПА |
|------|----------|------------------|--------------------------------------------------------------------------|-----|------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| 1    | 1        | Текущий контроль | ПК1 Контрольная работа Метрические и линейные нормированные пространства | 1   | 9          | 0 - задание не решено (решено неверно)<br>1 - приводятся отдельные этапы решения<br>2 - решено с замечаниями<br>3 - решено верно<br>Контрольная работа состоит из трех задач. Контрольная работа выполняется в аудитории, проверка работ выполняется во внеаудиторное время | экзамен          |
| 2    | 1        | Текущий контроль | ПК 2 Контрольная работа Линейные операторы                               | 1   | 9          | 0 - задание не решено (решено неверно)<br>1 - приводятся отдельные этапы решения<br>2 - решено с замечаниями<br>3 - решено верно<br>Контрольная работа состоит из трех задач. Контрольная работа выполняется в аудитории, проверка работ выполняется во внеаудиторное время | экзамен          |
| 3    | 1        | Текущий контроль | ПК 3 Контрольное задание Линейные функционалы и двойственность           | 1   | 9          | 0 - задание не решено (решено неверно)<br>1 - приводятся отдельные этапы решения<br>2 - решено с замечаниями<br>3 - решено верно<br>Контрольная работа состоит из трех задач. Контрольная работа выполняется в аудитории, проверка работ выполняется во внеаудиторное время | экзамен          |

|   |   |                          |                                                |   |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |         |
|---|---|--------------------------|------------------------------------------------|---|---|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
|   |   |                          |                                                |   |   | время                                                                                                                                                                                                                                                                           |         |
| 4 | 1 | Текущий контроль         | ПК 4 Контрольная работа Мера и интеграл Лебега | 3 | 9 | 0 - задание не решено (решено неверно)<br>1 - приводятся отдельные этапы решения<br>2 - решено с замечаниями<br>3 - решено верно<br><br>Контрольная работа состоит из трех задач. Контрольная работа выполняется в аудитории, проверка работ выполняется во внеаудиторное время | экзамен |
| 5 | 1 | Промежуточная аттестация | Экзаменационное задание                        | - | 6 | Экзаменационная работа состоит из трех заданий. За каждое задание начисляются баллы от 0 до 2<br><br>0 - задание не решено (решено неверно)<br>1 - решено с замечаниями<br>2 - решено верно                                                                                     | экзамен |

## 6.2. Процедура проведения, критерии оценивания

| Вид промежуточной аттестации | Процедура проведения                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Критерии оценивания                     |
|------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| экзамен                      | На экзамене происходит оценивание учебной деятельности обучающихся по дисциплине на основе полученных оценок за контрольно-рейтинговые мероприятия текущего контроля. Студент может улучшить свой рейтинг, пройдя контрольное мероприятие промежуточной аттестации, которое не является обязательным. Экзаменационная работа проводится в письменной форме. Студенту дается 2 академических часа на написание работы. | В соответствии с пп. 2.5, 2.6 Положения |

## 6.3. Паспорт фонда оценочных средств

| Компетенции | Результаты обучения                                                       | № КМ |   |   |   |   |
|-------------|---------------------------------------------------------------------------|------|---|---|---|---|
|             |                                                                           | 1    | 2 | 3 | 4 | 5 |
| ОПК-1       | Знает: основные понятия линейного и нелинейного функционального анализа   | +    | + | + | + | + |
| ОПК-1       | Умеет: решать задачи, требующие навыков абстрактного мышления             | +    | + | + | + | + |
| ОПК-1       | Имеет практический опыт: владения эффективными методами анализа и синтеза | +    | + | + | + | + |

Типовые контрольные задания по каждому мероприятию находятся в приложениях.

## 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### Печатная учебно-методическая документация

а) основная литература:

1. Антоневи́ч А. Б. Функциональный анализ и интегральные уравнения : Учеб. пособие для ун-тов по спец. "Математика". - Минск : Университетское, 1984. - 351 с. : ил.
2. Иосида К. Функциональный анализ / К. Иосида ; пер. с англ. и предисл. В. М. Волосова. - 2-е изд.. - М. : URSS : Издательство ЛКИ, 2007. - 624 с.
3. Лебедев В. И. Функциональный анализ и вычислительная математика / В. И. Лебедев. - 4-е изд., испр. и доп.. - М. : Физматлит, 2000. - 295 с. : ил.
4. Гаевский Х. Нелинейные операторные уравнения и операторные дифференциальные уравнения / Х. Гаевский, К. Крегер, К. Захариас; Пер. с нем.: В. Г. Задорожного, А. И. Перова; Под ред. В. И. Соболева. - М. : Мир, 1978. - 336 с.
5. Люстерник Л. А. Краткий курс функционального анализа : Учеб. пособие для ун-тов по спец."Математика". - М. : Высшая школа, 1982. - 271 с.

*б) дополнительная литература:*

1. Вайнберг М. М. Функциональный анализ : Спец. курс для пед. ин-тов: Для физ.-мат. фак.. - М. : Просвещение, 1979. - 128 с.
2. Канторович Л. В. Функциональный анализ / Л. В. Канторович, Г. П. Акилов. - 4-е изд., испр.. - СПб. : БХВ-Петербург: Невский диалект, 2004. - 813,[1] с.
3. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа Учеб. для мат. спец. ун-тов. - 6-е изд., испр. - М.: Наука, 1989. - 623 с. ил.
4. Рудин, У. Основы математического анализа У. Рудин; Пер. с англ. В. П. Хавина. - 4-е изд., стер. - СПб. и др.: Лань, 2004. - 319 с.
5. Свешников А. Г. Нелинейный функциональный анализ и его приложения к уравнениям в частных производных / А. Г. Свешников, А. Б. Альшин, М. О. Корпусов. - М. : Научный мир, 2008. - 399 с.
6. Треногин В. А. Задачи и упражнения по функциональному анализу : учеб. пособие для вузов по специальностям "Математика", "Прикладная математика" / В. А. Треногин, Б. М. Писаревский, Т. С. Соболева. - Изд. 2-е, испр. и доп.. - М. : Физматлит, 2005. - 239 с.

*в) отечественные и зарубежные журналы по дисциплине, имеющиеся в библиотеке:*

1. Функциональный анализ и его приложения
2. Сибирский математический журнал
3. Математические заметки

*г) методические указания для студентов по освоению дисциплины:*

1. Методические указания для самостоятельной работы студентов

*из них: учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента:*

1. Методические указания для самостоятельной работы студентов

**Электронная учебно-методическая документация**

| № | Вид литературы                                           | Наименование ресурса в электронной форме | Библиографическое описание                                                                                                                                                                                                                                                          |
|---|----------------------------------------------------------|------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | Методические пособия для самостоятельной работы студента | ЭБС издательства Лань                    | Белоусова, Е. П. Функциональный анализ : методические указания / Е. П. Белоусова, Т. И. Смагина. — Воронеж : ВГУ, 2016. — 25 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система.: <a href="https://e.lanbook.com/book/165275">https://e.lanbook.com/book/165275</a> |
| 2 | Дополнительная литература                                | ЭБС издательства Лань                    | Данилин А.Р. Функциональный анализ для магистрантов. Учебное пособие. Екатеринбург, УрФУ, 2013<br><a href="https://e.lanbook.com/search?query=Функциональный анализ для магистрантов">https://e.lanbook.com/search?query=Функциональный анализ для магистрантов</a>                 |

Перечень используемого программного обеспечения:

1. Math Works-MATLAB (Simulink R2008a, SYMBOLIC MATH)(бессрочно)

Перечень используемых профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

1. -База данных ВИНТИ РАН(бессрочно)

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

| Вид занятий | № ауд.     | Основное оборудование, стенды, макеты, компьютерная техника, предустановленное программное обеспечение, используемое для различных видов занятий |
|-------------|------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Лекции      | 486<br>(3) | компьютер с доступом в Интернет и проектор                                                                                                       |